

# 最小二乘法在称重数据补偿上的改进及应用

Improvement and Application  
of the Least Squares Method in Weighing Data Compensation

吕 茜<sup>1,2</sup> 王祖强<sup>1</sup>

(山东大学信息科学与工程学院<sup>1</sup>, 山东 济南 250100; 滨州职业学院电气工程学院<sup>2</sup>, 山东 滨州 256600)

**摘 要:** 为快速补偿称重系统普遍存在的非线性误差,研究了最小二乘拟合的“正交基+递归求解”方式,提出了“幂函数基+直接求解”的改进方法,阐述了改进的最小二乘法在称重系统的重量和温度补偿中的应用。研究结果显示,系统运算量简化了90%以上,系统误差和随机误差也显著减小,有助于高速高精度称重系统的实现。

**关键词:** 最小二乘法 线性拟合 温度校正 数据补偿 非线性

**中图分类号:** TH812 **文献标志码:** A

**Abstract:** In order to quickly compensate the nonlinear error that widespread exists in weighing system, the "orthogonal base + recursive solution" mode in the least square fitting is researched, and the improving method of "power function + direct solution" is proposed. The application of the improved least square method in weight and temperature compensation in weighing system is described. The result of research indicates that the computation in system is simplified up to 90%; the system error and random error are significantly reduced, this approach helps to achieve high speed and high precision weighing system.

**Keywords:** The least square method Linear fitting Temperature correction Data compensation Nonlinear

## 0 引言

随着数字信号处理技术的飞速发展,人们对称重仪表的精度和稳定性的要求也越来越高。然而,称重系统普遍存在的信号滞后和非线性等问题却一直难以克服,尤其在实时系统中,高速的数据处理往往以降低信号的精确度为代价。

对此,本文提出了一种基于最小二乘法对重量和温度进行线性拟合的方法,有效地补偿了系统误差;同时,针对单片机与PC机单独完成拟合时在速度和独立性上的缺陷,将传统的“正交基+递归求解”形式改进为“幂函数基+直接求解”,极大地提高了运算速度。最后,为了使系统适应复杂的工作环境、克服随机误差,本文基于最小二乘原理和大量实验,对称重值进行了温度校正,从而建立了高速、高精度和高稳定性的智能化称重系统。

## 1 称重数据的采集与处理

本文设计的称重数据采集与处理系统如图1所

示<sup>[1]</sup>。

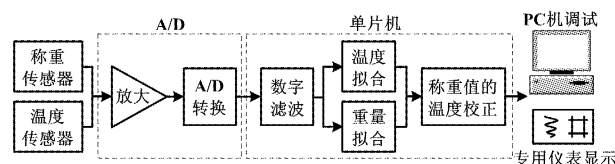


图1 称重数据采集与处理系统

Fig. 1 Acquisition and processing system for weighing data

由图1可知,称重传感器采集的称重信号,经过放大、A/D转换和单片机数据处理后输出到专用仪表显示。由于传感器和检测电路(电桥等)的被测量与输出量之间存在着一定的非比例关系,这将导致信号产生非线性误差。该非线性误差经放大和A/D转换后更加明显,即使经过单片机作限幅、加窗和加权的数字滤波也无法消除,从而导致称重信号发生严重的线性畸变。因此,系统加入了线性拟合部分,由单片机对滤波后的温度和重量分别进行拟合,然后对称重值作温度校正,从而补偿上述系统误差。拟合及校正参数的确立由PC机在系统调试时完成。

## 2 称重值的最小二乘拟合

### 2.1 最小二乘法的设计原理

本系统基于最小二乘法设计拟合器,如图2所示。

修改稿收到日期:2010-03-29。

第一作者吕茜,女,1982年生,现为山东大学信息科学与工程学院电路与系统专业在读硕士研究生;主要从事电路与系统设计、数据信号处理方面的研究。

为简化分析,暂不考虑系统的动态特性。重量  $x$  (kg) 经过称重系统,畸变为测量码值  $y$ ; 拟合码值  $Y$  经标度转换后得到称重值 (kg)。 $d$  为理想输出的二进制码值,对应于原始输入  $x$  (kg)。

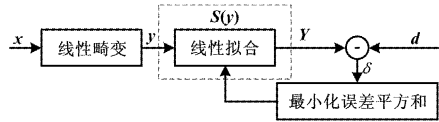


图2 拟合器的最小二乘设计

Fig.2 Design of fitting device based on the least square

根据最小二乘法准则,要求在线性无关函数族  $\Phi = span\{\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_n\}$  中确定一个拟合函数  $Y = S(y) = c_0\varphi_0(y) + c_1\varphi_1(y) + \dots + c_n\varphi_n(y)$ , 使得对于  $(m+1)$  个测量值  $y_i (i=0, 1, \dots, m)$ , 拟合后误差  $\delta$  的加权平方和即  $\|\delta\|_2^2 = \sum_{i=0}^m w_i [d_i - \sum_{k=0}^n c_k \varphi_k(y_i)]^2$  最小, 其中,  $c_k$  为  $k$  次多项式系数。

2.2 正交基递归求解法

为了避免拟合函数的系数矩阵出现病态,传统拟合方法将线性无关函数族  $\varphi_k (k=0, \dots, n)$  选用为正交函数族,并采用递归求解的方式求得拟合值<sup>[2]</sup>。

根据权函数及给定的测量数据  $y_0, \dots, y_m$ , 通过递归方式构造出带权正交的函数基  $\{P_k(y)\}$ , 即:

$$\begin{cases} P_0(y) = 1 \\ P_1(y) = (y - \alpha_1)P_0(y) \\ P_{k+1}(y) = (y - \alpha_{k+1})P_k(y) - \beta_k P_{k-1}(y) \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \alpha_{k+1} = \frac{(yP_k, P_k)}{(P_k, P_k)} \\ \beta_k = \frac{(P_k, P_k)}{(P_{k-1}, P_{k-1})} \end{cases} \quad (2)$$

式中:运算符号  $(,)$  表示对  $y_i (i=0, \dots, m)$  求带权的内积;  $P_k(y)$  为  $y$  的  $k$  次多项式。由  $\|\delta\|_2^2$  的最小化和  $\{P_k\}$  的正交性得:

$$c_k = \frac{(d, P_k)}{(P_k, P_k)} \quad (3)$$

最后由式(2)和式(3),得到拟合公式:

$$Y = S(y) = c_0P_0(y) + c_1P_1(y) + \dots + c_kP_k(y) + \dots + c_nP_n(y) \quad (4)$$

式中:  $c_k$  为  $k$  次多项式的系数;  $n$  为根据精确度要求选取的最高阶数。

2.3 改进的幂基直接求解法

在应用上述传统方法求解拟合值时,对于每个测量值  $y$  都必须依次经过如下的计算步骤:

① 由  $k$  次多项式  $P_k(y)$  计算关于  $(m+1)$  个预先

测量值  $y_i$  的  $P_k(y_i) (i=0, \dots, m)$ ;

② 由式(2)、(3)及  $P_k(y_i) (i=0, \dots, m)$ , 计算  $c_k, \alpha_{k+1}, \beta_k$ ;

③ 由  $\alpha_{k+1}, \beta_k$  及式(1)得到  $(k+1)$  次多项式  $P_{k+1}(y)$ 。

如此往复,直至得到最高阶数的多项式  $P_n(y)$  和系数  $c_n$ , 从而最终由式(4)求得当前测量值  $y$  的拟合值。由此可见,整个递归过程相当复杂且计算量巨大。

为进一步提高称重系统的准确度,本系统提高拟合阶数,选取三阶 ( $n=3$ ) 多项式和 11 个预先测量点 ( $m=10$ ) 作线性拟合。通过 Matlab 仿真发现,每一拟合值的计算都必须经过上百次乘法。显然,如此复杂的过程无法满足称重值高速、实时更新的要求。

同时,为了实现高精度的称重系统,本系统采用了 24 位有效数据保存测量值。如果采用常用的 8 位单片机直接完成该递归拟合,则 24 位称重数据的乘法无法单步完成,这进一步导致了运算量的加大和速度的减慢,且普通单片机的存储空间也明显不足。因此,本文改进拟合方法<sup>[3-4]</sup>,将复杂的拟合运算分解为两部分完成,由 PC 机分担原有单片机的大部分工作。

分析式(1)~式(4),提取与当前测量值  $y$  无关的参数作为拟合系数,得到幂函数基形式的拟合公式为:

$$S(y) = C_0 + C_1y + C_2y^2 + C_3y^3 \quad (5)$$

$$\begin{cases} C_0 = [c_0 - c_1\alpha_1 + c_2(\alpha_1\alpha_2 - \beta_1) - c_3(\alpha_1\alpha_2\alpha_3 - \beta_1\alpha_3 - \beta_2\alpha_1)] \\ C_1 = [c_1 - c_2(\alpha_1 + \alpha_2) + c_3(\alpha_1\alpha_2 + \alpha_2\alpha_3 + \alpha_3\alpha_1 - \beta_1 - \beta_2)] \\ C_2 = [c_2 - c_3(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)] \\ C_3 = c_3 \end{cases} \quad (6)$$

在调试过程中,PC 机先根据式(6)计算  $C_0 \sim C_3$ , 然后将拟合参数写回单片机的 E<sup>2</sup>PROM 中保存;在工作过程中,单片机根据式(5)直接计算当前测量值的拟合值,再输出给 PC 或专用仪表显示,从而实现幂函数基系数的直接求解。

在 Matlab 下仿真改进前后的拟合算法,结果如图 3 所示。

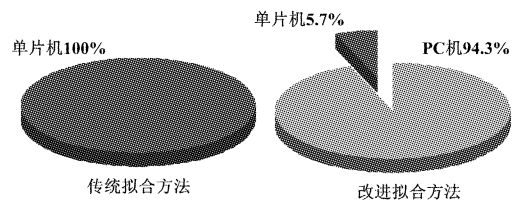


图3 改进方法效果比较

Fig.3 Comparison of improving methods

由图 3 可以看出,单片机单次测量的运算量简化

了近95%,大大提高了称重系统的运算速度,确保了称重值的实时更新。

#### 2.4 拟合的实现

本文采用 Visual C++ 设计程序并计算拟合参数。同时,系统通过 RS-232 接口连接 PC 机和称重系统,并采用 MSComm 控件控制串口通信<sup>[5]</sup>,从而实时采集称重系统的测量数据,并将调试参数写回单片机。

调试界面默认设置为 11 个 ( $m = 10$ ) 均匀分布的测量点,测量点起到加权的作用,其个数和分布情况可由用户自行选定,以满足实际需要。同时,为了补偿应变式传感器的滞后性,在拟合界面中对进程和回程分别测量,最后取均值作为拟合前的测量值。

#### 2.5 系统线性度分析

根据拟合参数,程序自动分析称重系统的线性度。显然,当  $|C_1| \approx 1$  时,说明该称重仪器线性度良好,同理,其余参数也存在限定范围。

根据数值分析原理和统计数据,系统参数应满足:

$$|C_0| \leq SN \quad |C_1| \leq S$$

$$|C_2| \leq S/N \quad |C_3| \leq S/N^2$$

式中:  $C_k$  为式(5)中  $k$  次幂的系数;  $S$  为线性范围,由用户根据系统精度进行调整;  $N$  为标称值(满量程码值),由用户在 0 ~ 1 000 000 间设定。

在对称重系统进行线性度分析时,如果  $C_k$  超出了要求的限定范围,则说明系统线性度过差,须重新调试而不予直接出厂。

#### 2.6 拟合结果剖析

常温下,在 0 ~ 100 kg 之间均匀地选取 11 个点分别给仪表加重,取  $N = 200\ 000$ ,并根据进、回程平均的测量值及其理论值,调用设计的 VC++ 程序,求得:

$$C_0 = -1, C_1 = 1.000\ 541$$

$$C_2 = -0.000\ 000\ 008\ 141$$

$$C_3 = 0.000\ 000\ 000\ 000\ 027\ 341$$

经分析,该系数满足线性度规定。最后,单片机根据改进的拟合公式(5)求得各点拟合值。

分析比较重量拟合前后的误差值,如表 1 所示。可以看出,该拟合方法使称重误差显著减小,有效地补偿了系统的非线性。

表 1 重量误差  
Tab.1 Weight error

序号	理论值		测量值		拟合值		重量误差 /g	
	码值	重量/g	码值	重量/g	码值	重量/g	拟合前	拟合后
0	0	0	1	0.5	0	0	0.5	0.0
1	20 000	10 000	19 992	9 996.0	19 999	9 999.5	4.0	0.5
2	40 000	20 000	39 991	19 995.5	40 000	20 000.0	4.5	0.0
3	60 000	30 000	59 992	29 996.0	60 000	30 000.0	4.0	0.0
4	80 000	40 000	79 990	39 995.0	79 994	39 997.0	5.0	3.0
5	100 000	50 000	100 005	50 002.5	100 004	50 002.0	2.5	2.0
6	120 000	60 000	120 009	60 004.5	120 003	60 001.5	4.5	1.5
7	140 000	70 000	140 006	70 003.0	139 996	69 998.0	3.0	2.0
8	160 000	80 000	160 010	80 005.0	159 999	79 999.5	5.0	0.5
9	180 000	90 000	180 007	90 003.5	179 999	89 999.5	3.5	0.5
10	200 000	100 000	200 000	100 000.0	200 000	100 000.0	0.0	0.0

### 3 温度的最小二乘拟合

在高精度仪器仪表中,传感器的温度误差已成为提高仪器性能的严重障碍。由于该称重系统将应用于铁路、港口和矿山等环境温度变化较大的场合,仅依靠称重传感器本身附加的一些简单的电路或装置来实现温度误差校正已不能满足精度要求,故在系统中加入温度传感器<sup>[6]</sup>,即每隔 5 min 由单片机定时采集温度,继而校正温度对称重值的影响。

为补偿温度传感器的非线性,仍采用上述改进的

最小二乘曲线拟合法校准采集的温度数字量。调试时,在 -20 ~ +80 °C 间每隔 5 °C 设置环境温度,  $N_T = 1\ 000$ ,则测量求得:

$$C_0 = -2$$

$$C_1 = 1.020\ 686$$

$$C_2 = -0.000\ 010\ 001\ 52$$

$$C_3 = -0.000\ 000\ 008\ 114\ 807\ 172$$

分析比较温度拟合前后的误差值,如表 2 所示。可以看出,拟合后温度误差显著减小,进一步补偿了系统的非线性。

表 2 温度误差  
Tab.2 Temperature error

序号	理论值		测量值		拟合值		温度误差 /℃	
	码 值	温度/℃	码 值	温度/℃	码 值	温度/℃	拟合前	拟合后
0	0	-20	2	-19.8	0	-20.0	0.2	0.0
1	50	-15	53	-14.7	52	-14.8	0.3	0.2
2	100	-10	102	-9.8	102	-9.8	0.2	0.2
3	150	-5	147	-5.3	148	-5.2	0.3	0.2
4	200	0	196	-0.4	198	-0.2	0.4	0.2
5	250	5	248	4.8	250	5.0	0.2	0.0
6	300	10	299	9.9	302	10.2	0.1	0.2
7	350	15	348	14.8	352	15.2	0.2	0.2
8	400	20	396	19.6	400	20.0	0.4	0.0
9	450	25	447	24.7	452	25.2	0.3	0.2
10	500	30	493	29.3	498	29.8	0.7	0.2
11	550	35	548	34.8	553	35.3	0.2	0.3
12	600	40	597	39.7	602	40.2	0.3	0.2
13	650	45	645	44.5	650	45.0	0.5	0.0
14	700	50	692	49.2	697	49.7	0.8	0.3
15	750	55	747	54.7	751	55.1	0.3	0.1
16	800	60	797	59.7	801	60.1	0.3	0.1
17	850	65	846	64.6	849	64.9	0.4	0.1
18	900	70	898	69.8	901	70.1	0.2	0.1
19	950	75	949	74.9	951	75.1	0.1	0.1
20	1 000	80	1 000	80.0	1 001	80.1	0.0	0.1

#### 4 称重值的温度误差校正

##### 4.1 称重值的温度校正模型

为实现更为完善的误差校正,本文建立了高精度的温度误差模型<sup>[7]</sup>,将温度对重量的影响表示为:

$$Y_c = Y(1 + a_1 \Delta\theta) + a_2 \Delta\theta \quad (7)$$

式中: $Y_c$  为经温度校正的称重码值; $Y$  为拟合后的称重码值; $\Delta\theta$  为拟合温度与标准温度(20℃)之差  $\Delta T$  的码值, $\Delta\theta = 10\Delta T/^\circ\text{C}$ ;  $a_1$  和  $a_2$  为温度变化系数,分别用于校正由于温度变化引起的传感器灵敏度漂移和零点漂移。

##### 4.2 校正参数的确定

本文根据最小二乘原理确定校正系数  $a_1$  和  $a_2$ ,使得校正值  $Y_c$  与理想值  $d$  的误差平方和即  $\|\delta\|_2^2 = \sum_{i=0}^m [d_i - Y_{ci}]^2 = \sum_{i=0}^m \{d_i - [Y_i(1 + a_1 \Delta\theta_i) + a_2 \Delta\theta_i]\}^2$  最小。令  $\frac{\partial \|\delta\|_2^2}{\partial a_k} = 0 (k=0,1)$ , 得:

$$a_k = \frac{D_k}{D} \quad (8)$$

$$\text{式中: } D_0 = \begin{bmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{bmatrix}; D_1 = \begin{bmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix};$$

$$a_{11} = \sum_{i=0}^m (Y_i^2 \Delta\theta_i^2); a_{12} = a_{21} = \sum_{i=0}^m (Y_i \Delta\theta_i^2); a_{22} = \sum_{i=0}^m \Delta\theta_i^2;$$

$$b_1 = \sum_{i=0}^m [Y_i \Delta\theta_i (d_i - Y_i)]; b_2 = \sum_{i=0}^m [\Delta\theta_i (d_i - Y_i)].$$

##### 4.3 温差实验与校正的实现

上述校正参数的确定需通过大量的测试实验完成。首先,将环境温度(单位:℃)分别设置为 -20, -15, ..., 80 ( $\Delta\theta_i = 50i - 400; i=0, 1, \dots, 20$ ),并将系统始终加重至满量程 ( $d_i = 200\ 000$ ),测得  $Y_i$  ( $Y_i$  均需多次测量取均值);然后根据式(8),求得  $a_k$ 。校正系数的求取通过设计的 VC++ 程序实现。由于温度环境的设置较为漫长,不易逐个测试各称重系统的温度参数,因此,随机抽取数十个称重系统分别进行实验,由样本均值作为该系列称重系统的温度系数。

根据实验结果,确立该系统的温度参数为: $a_1 \approx -1.1 \times 10^{-5}$ ,  $a_2 \approx -0.43$ 。温度参数由系统构件的材料与结构共同决定,在设计时直接写入单片机中。显然,根据最小二乘原理,称重值经过温度误差校正后,能够有效克服温度引起的零点漂移和灵敏度漂移的影响,使系统精确度显著提高。

#### 5 结束语

本文基于最小二乘法设计拟合器,改进传统的递归拟合方式,提出了形式上的“幂函数基+直接求解”法,并应用于重量和温度的线性补偿中,显著提高了高

(下转第 22 页)

$[0, 1][0, 1]^T = 1$ 。控制律由式(26)、(27)给出,仿真参数  $a = b = 3$ 、 $q/p = 3/5$ 、 $k = 10$ 。为了避免抖振现象,采用  $|s|^{2/5} \text{sign}(s)$  代替  $\text{sign}(s)$ 。仿真结果如图 2 所示。

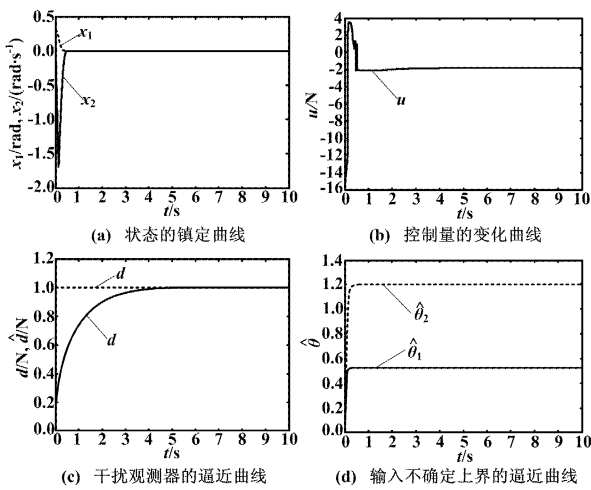


图 2 仿真结果  
Fig. 2 Simulation results

从图 2(a)可以看出,尽管存在外部干扰和输入不确定,但状态  $x_1$  和  $x_2$  能够在很短的时间内收敛到零,且没有超调,充分反映了终端滑模的快速性和有效性。图2(b)与图 2(a)相对应,是控制量的变化曲线,由于进行了消抖处理,因而控制量非常光滑,没有抖振,且增益也不大。图 2(c)为干扰观测器对外部干扰的逼近曲线,可以看出,逼近速度快且精度高,这充分证明了设计的干扰观测器的有效性。图 2(d)为对输入不确定的逼近情况,在自适应律的作用下,逼近速度很

快,因而表明设计的自适应律是有效的。

### 5 结束语

针对一类非线性系统,考虑输入通道的不确定性,设计了基于干扰观测器的自适应方法,在线估计不确定上界,给出了干扰观测器的设计方法和参数选择原则。倒立摆的仿真结果表明系统状态收敛快、不确定上界逼近效果良好。

### 参考文献

- [1] Young K D, Utkin V I, Ozguner U, et al. A control engineer's guide to sliding mode control[C]//IEEE International Workshop on Variable Structure Systems, Tokyo, Japan, 1996.
- [2] Man Zhihong, Paplinski A P, Wu H R. A robust MIMO terminal sliding mode control scheme for rigid robot manipulators[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1994, 39(12): 2464 - 2469.
- [3] Sun Zongyao, Liu Yunggang. Adaptive state-feedback stabilization for a class of high-order nonlinear uncertain systems[J]. Automatica, 2007, 43(10): 1772 - 1783.
- [4] 黄国勇,姜长生,王玉惠. 鲁棒 Terminal 滑模控制实现一类不确定混沌系统同步[J]. 物理学报, 2007, 56(11): 6224 - 6229.
- [5] 黄国勇,姜长生,王玉惠. 自适应 Terminal 滑模控制及其在 UAV 再入中的应用[J]. 控制与决策, 2007, 22(11): 1297 - 1301.
- [6] Chen Mou, Chen Wenhua. Sliding mode control for a class of uncertain nonlinear system based on disturbance observer[J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2010, 24(1): 51 - 64.
- [7] Chen Wenhua. Nonlinear disturbance observer-enhanced dynamic inversion control of missiles[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2003, 26(1): 161 - 166.

(上接第 18 页)

精度称重系统的运行速度。同时,根据最小二重原理和统计实验确立温度校正系数,对拟合后的称重值作温度校正,进一步确保了称重数据的准确度。研究表明,通过基于最小二乘法的“两次拟合 + 一次校正”,称重数据的精确度、稳定性和实时性得到了显著提高。

### 参考文献

- [1] 刘君华. 智能传感器系统[M]. 西安:西安电子科技大学出版社, 1999: 197 - 279.
- [2] 李庆扬,王能超,易大义. 数值分析[M]. 北京:清华大学出版社,

2008: 73 - 78.

- [3] 张韵华,奚梅成,陈效群. 数值计算方法和算法[M]. 北京:科学出版社, 2000: 59 - 74.
- [4] 丁克良,欧吉坤,赵春梅. 正交最小二乘曲线拟合法[J]. 测绘科学, 2007, 32(3): 17 - 19.
- [5] 龚建伟,熊光明. Visual C++/Turbo C 串口通信编程实践[M]. 北京:电子工业出版社, 2004: 46 - 63.
- [6] 都强,杭柏林. 最小二乘法在多传感器测量标定中的应用[J]. 传感技术学报, 2005, 18(2): 244 - 246.
- [7] Wilson J. 传感器技术手册[M]. 林龙信,邓彬,张鼎,等,译. 北京:人民邮电出版社, 2009: 196 - 206.

《自动化仪表》 邮发代号: 4-304, 2011 年定价: 12.00 元,全年价: 144.00 元; 国外代号: M 721

欢迎赐稿, 欢迎订户, 欢迎宝贵建议, 欢迎惠刊各类广告