文章编号:0253-9993(2010)S0-0228-04

自适应提升小波的构造及其在齿轮箱 早期故障诊断中的应用

李 臻

(煤炭科学研究总院 常州自动化研究院,江苏 常州 213015)

摘 要:为提取齿轮箱早期微弱故障特征,提出一种自适应提升小波构造方法。首先,采用对设备 早期故障非常敏感的峭度指标为评价标准,设计最佳匹配信号特征的预测器;然后,以重构误差最 小为目标函数设计更新器,构造出自适应信号特征的提升小波。煤矿提升机齿轮箱振动信号分析 表明,构造的自适应提升小波有效提取出齿轮箱早期裂纹故障引起的周期性冲击脉冲和装配不当 引起的幅值调制故障特征。

关键词:自适应提升小波;齿轮箱故障诊断;特征提取 中图分类号:TH165.3;TP391.5 文献标志码:A

The construction of adaptive lifting wavelet and its application in incipient fault diagnosis of gearbox

LI Zhen

(Changzhou Automation Research Institute, China Coal Research Institute, Changzhou 213015, China)

Abstract: To extract incipient fault feature of gearbox, a new construction of adaptive lifting wavelet was presented. The prediction operator based on genetic algorithms was designed to maximize the kurtosis of detail signal, and the update operator was designed to minimize a reconstruction error. The proposed method was applied to analyze gearbox vibration signals. The results demonstrate that the proposed method can effectively reveal periodic impulses caused by local fatigues and modulation waveform induced by improper assembly from gearbox vibration signals.

Key words: adaptive lifting wavelet; gearbox fault diagnosis; feature extraction

小波变换具有多分辨分析能力以及良好的时频局部化特性,已广泛应用于煤矿设备故障诊断中^[1-3]。然而,采用经典小波提取故障特征信号时,往往是根据研究对象的特点从已有的小波基函数库中选择一个比较合适的小波基函数,对于同一个动态信号中的特征波形,选取不同的小波基函数可能会导致不同的分析结果^[4-5]。因此,构造与特征信号更好匹配的理想小波是小波理论应用于信号特征提取所面临的一个突出问题。

提升方法(Lifting Scheme)是由贝尔实验室 Sweldens 提出的一种构造小波及其滤波器组的强有力工 具^[6-7],它的基本思想是在双正交小波和完全重构滤 波器组的理论基础上,通过设计不同的预测器与更新 器算子,得到不同性质的双正交小波,从而使得小波 的构造具有更大的灵活性。本文在提升理论基础上, 提出了一种匹配齿轮箱早期故障特征的自适应提升 小波的构造方法。

1 提升小波变换原理

设原始信号序列为 $x = (x_i)(i = 0, 1, \dots, L, L)$ 数据长度)提升小波变换的分解算法可表示如下:

(1) 剖分。将原始信号序列分成偶样本序列 *s*⁽⁰⁾和奇样本序列*d*⁽⁰⁾。

(2) 预测。利用算子 P 和偶样本 s⁽⁰⁾ 预测奇样

本 $d^{(0)}$,将预测误差 $d = (d_i)_{i \in Z}$ 定义为原始信号经过 提升小波分解的细节信号,即

$$d = d^{(0)} - P(s^{(0)}) \tag{1}$$

式中, $P(\cdot)$ 为 N 点预测器, N 为预测器系数的个数。

(3) 更新。在获得细节信号 d 的基础上,利用算 子 U 更新偶样本 $s^{(0)}$,将更新后的信号序列 $s = (s_i)_{i \in \mathbb{Z}}$ 定义为原始信号经过提升小波分解的逼近信 号,即

$$s = s^{(0)} + U(d)$$
 (2)

式中, $U(\cdot)$ 为 \tilde{N} 点更新器, \tilde{N} 为更新器系数的个数。

2 预测器与更新器系数的约束条件

由提升与对偶提升原理可知,当初始小波为双正 交小波,且预测器系数与更新器系数有限,由提升方 法构造的新小波具有双正交特性,并能保证小波变换 完全重构^[8]。假设预测器系数个数为 N,更新器系数

为
$$\tilde{N}$$
, 预测器 P 的系数与更新器 U 分别表示为
P = { $p_{-r+1}, \dots, p_0, p_1, \dots, p_r$ } (r = 1,2,...,N/2)

 $U = \{u_{-l+1}, \dots, u_0, u_1, \dots, u_l\}$ (*l* = 1,2,..., *Ñ*/2) 为了保证小波的线性相位特性, 预测器系数与更

新器系数的对称性约束条件表示为

$$p_r = p_{-r+1}$$
 (r = 1,2,...,N/2) (3)

$$u_l = u_{-l+1}$$
 $(l = 1, 2, \cdots, \tilde{N}/2)$ (4)

根据提升小波分解时等效高通滤波器特性以及 预测器系数对称性约束条件,可以得到

$$\sum_{r=1}^{N/2} p_r = \frac{1}{2} \tag{5}$$

根据提升小波分解时等效低通滤波器特性与更 新器对称性约束条件,可得

$$\sum_{l=1}^{\tilde{N}/2} u_l = \frac{1}{4}$$
 (6)

将式(3)代入式(1),得到细节信号 $d = (d_i)_{i \in \mathbb{Z}}$ 的下标表示形式为

$$d_i = d_i^{(0)} - \sum_{r=-N/2+1}^{N/2} p_r s_{i+r}^{(0)}$$

将式(4)代人式(2),得到逼近信号 $s = (s_i)_{i \in \mathbb{Z}}$ 的下标表示形式为

$$s_i = s_i^{(0)} + \sum_{l=-\widetilde{N}/2+1}^{\widetilde{N}/2} u_l d_{i+j-l}$$

3 自适应提升小波构造

为使提升小波能够更好地匹配信号特征,符合被

分析信号的结构特点,实现对信号更精细分析,本节 提出一种自适应提升小波构造方法。为能更有效揭 示设备微弱早期故障,以小波分解的细节信号的峭度 指标最大为目标函数设计预测器;为使逼近信号能更 准确表征原始信号中除细节信号以外的特征,以重构 误差最小为目标函数设计更新器。

3.1 自适应预测器设计

为有效提取设备微弱早期故障,需要提供衡量预测器 P 性能的评价标准,峭度作为一个非常重要的时域指标已经被广泛地应用于设备状态监测。峭度指标对早期故障很敏感,适合现场监测,故障后期,峭度指标会大幅度下降^[9]。本文以细节信号的峭度指标为目标函数,求解使目标函数 K_P 最大的预测器 P_{out},以自适应匹配信号早期故障特征。

预测器的目标函数 K_P 定义为

$$K_{P} = \frac{E\left\{\left(d - \overline{d}\right)^{4}\right\}}{\sigma^{4}}$$
(7)

式中, \overline{d} 和 σ 分别为细节信号 d 的均值与标准方差; $E\{\cdot\}$ 为数学期望。

这样,构造匹配信号特征的提升小波问题被转化 为在式(3)、(5)约束条件下使目标函数 K_p 最大的优 化问题,从目标函数 K_p 的定义式(7)可以看出,目标 函数与预测器系数之间没有直接联系,且它们之间关 系非常复杂。由于遗传算法具有很强鲁棒性以及全 局、并行搜索特点。本文采用遗传算法,以目标函数 K_p 为适应度函数,构造自适应匹配信号特征的预测 器,具体过程为:

(1) 预测器编码。对预测器系数采用实数编码, 首先,随机产生预测器系数 $\{p_2, \dots, p_{N/2}\}$; 然后,根据 预测器系数对称性得到 $(p_{-N/2+1}, \dots, p_{-1})$ 。

(2) 设定进化代数。产生初始群体。

(3)选择算子。使用与个体适应度成正比的概率来选择个体,适应度高的个体更有机会存活下来;同时强迫当前种群中适应度最高的个体无条件存活下来,避免因概率误差而造成优秀个体的丢失。

(4)确定交叉概率 P。与变异概率 P_m。交叉概率与变异概率直接影响遗传算法的行为和性能,为使 遗传算法在保证群体多样性的同时,保证算法的收敛 性,本文采用 Srinvivas 等^[10]提出的自适应方法确定 P_e 与 P_m。P_e 与 P_m 计算表达式为

$$P_{c} = \begin{cases} \frac{k_{1}(f_{\max} - f')}{f_{\max} - f_{avg}} & (f' \ge f_{avg}) \\ k_{2} & (f' < f_{avg}) \end{cases}$$

$$P_{\rm m} = \begin{cases} \frac{k_3(f_{\rm max} - f)}{f_{\rm max} - f_{\rm avg}} & (f \ge f_{\rm avg}) \\ k_4 & (f < f_{\rm avg}) \end{cases}$$

式中, f_{max} 为群体中最大的适应度值; f_{avg} 为每代群体的 平均适应度值;f'为要交叉的两个个体中较大的适应 度值;f为要变异个体的适应度值; k_1 、 k_2 、 k_3 、 k_4 取(0, 1)区间的值。

(5) 交叉算子。本文采用线性组合策略^[11],根据交叉概率随机选择一对父代染色体 Q₁ 与 Q₂,则交叉后得到子代中一对新的染色体 Q'₁,Q'₂。

 $Q'_{1} = \alpha Q_{1} + (1 - \alpha) Q_{2}$ $Q'_{2} = \alpha Q_{2} + (1 - \alpha) Q_{1}$

式中, α 为[0,1]中的随机数。

(6) 变异算子。根据变异概率随机选择待变异 的染色体,它被随机产生的新染色体取代。

(7)当达到进化代数,进化终止,否则,返回步骤(3)。

设定初始种群为 50,进化代数为 100,通过上述 遗传算法,可以获得自适应匹配信号特征的预测器算 子 P_{opt}。

3.2 自适应更新器设计

由提升小波分解过程可知,更新器用于产生下一 层的逼近信号,为了使逼近信号能更准确表征原始信 号中除细节信号以外的特征,采用文献[12]给出的 重构误差 J_u 作为更新器的衡量标准,在设计自适应 更新器过程中,目标转化为在约束条件式(4)、(6) 下,求解使重构误差 J_u 最小的更新器算子 U_{ert}。

重构误差 J_u 表示为

 $J_{U} = E \{ (\hat{s}^{(0)} - s^{(0)})^{2} \} + E \{ (\hat{d}^{(0)} - d^{(0)})^{2} \}$

式中, $\hat{s}^{(0)} = \hat{d}^{(0)}$ 分别为当细节信号 d=0 时重构信号 \hat{x} 的偶序列样本与奇序列样本。

令 λ 为拉格朗日算子,由约束条件(6),目标函数 J_{U} 可以转化为

$$J_{U}(u,\lambda) = E\{(\hat{s}^{(0)} - s^{(0)})^{2}\} + E\{(\hat{d}^{(0)} - d^{(0)})^{2}\} + \lambda\left(\frac{1}{4} - \sum_{l=1}^{\widetilde{N}/2} u_{l}\right)$$

为使 $J_{U}(u, \lambda)$ 最小,分别对其求 $u_{j} \leq \lambda$ 的偏导

数, 令
$$s'_i = \sum_{r=1}^{N^2} p_r (d_{i-r} + d_{i+r-1})$$
,
 $A_{k,l} = E \{ (d_{i+k-1} + d_{i-k}) (d_{i+l-1} + d_{i-l}) + (s'_{i+k} + s'_{i-k+1}) (s'_{i+l} + s'_{i-l+1}) \}$
 $B_{k,1} = E \{ d_i (s'_{i+k} + s'_{i-k+1}) \}$

则求解使 $J_{U}(u, \lambda)$ 最小的问题可由如下矩阵形

式表示

其中,
$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} A_{1,1} & \cdots & A_{1, \tilde{N}/2} & -1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ A_{\tilde{N}/2,1} & \cdots & A_{\tilde{N}/2, \tilde{N}/2} & -1 \\ 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix}; \boldsymbol{X} = [u_1,]$$

AX = B

 $\cdots, u_{\widetilde{N}/2} \cdot \boldsymbol{\lambda}]^{\mathrm{T}}; \boldsymbol{B} = [B_{1,1}, \cdots, B_{\widetilde{N}/2,1}, 1/4]^{\mathrm{T}}_{\circ}$

求解上述方程组可以获得系数 $[u_1, u_2, \dots, u_{\tilde{N}/2}]$,由更新器系数的对称性,可以获得自适应信号特征的更新器算子 $U_{opt} = [u_{-\tilde{N}/2+1}, \dots, u_1, \dots, u_{\tilde{N}/2}]$ 。

4 应用实例

将自适应提升小波应用于提升机齿轮箱故障诊断,通过构造自适应匹配振动信号的预测器和更新器,有效地锁定信号的局部特征,提取齿轮箱故障信息。

某煤矿提升机齿轮箱为一级齿轮啮合传动,电机 转速为495 r/min,齿轮箱的小齿轮齿数为20,大齿轮 齿数为151,传动比为0.132,小齿轮旋转频率为 8.25 Hz,齿轮箱齿轮啮合频率为165 Hz。提升机运 行过程中,齿轮箱振动剧烈,采用加速度传感器拾取 齿轮箱振动信号,加速度传感器安装在齿轮箱输入轴 端盖上,采样频率为2000 Hz,图1为齿轮箱振动信 号时域波形。振动信号波形比较杂乱,得不到有用的 诊断信息。为了准确诊断齿轮箱故障,采用自适应提 升小波对齿轮箱振动信号进行精细分析,通过第3节 自适应提升小波构造方法设计匹配齿轮箱振动信号 特征的预测器与更新器,预测器系数个数为8,更新 器系数个数为4,计算得到自适应齿轮箱振动信号的 预测器系数为 [-0.304 1, -0.737 9, 0.939 5, 0.602 5,0.602 5,0.939 5,0.737 9,0.304 1],更新器 系数为[0.021 5,0.228 5,0.228 5,0.021 5]。为了 便于观测,只给出0~1s的分解结果。







图 3 为自适应提升小波分解第 2 层逼近信号及 其包络谱,逼近信号中可以明显地看出信号中存在幅 值调制现象,对逼近信号进行包络解调分析,包络谱 上可以看出其调制频率为 8.25 Hz,并出现了调制频 率的高次谐波,齿轮箱故障调制源频率与小齿轮转频 8.25 Hz 相等,幅值调制现象是由于小齿轮存在配合 故障引起的。由此推断,齿轮箱小齿轮同时存在局部 故障和配合故障。





Fig. 3 The approximation signal and its envelope spectrum at level 2 of the vibration signal using the adaptive lifting wavelet

停机检修发现小齿轮齿根存在早期裂纹故障以 及齿轮装配不当,重新装配齿轮箱,开机后振动明显 降低。

5 结 论

(1)在自适应提升原理的基础上,构造了基于信 号特征的自适应提升小波,提出了根据信号统计特征 直接设计预测器和更新器的方法。首先,以细节信号 的峭度指标最大为目标函数,设计最佳匹配信号特征 的预测器;然后,以重构误差最小为目标函数设计更 新器,使得提升小波分解能有效地锁定早期故障特 征。

(2)利用本文提出的自适应提升小波构造方法,构造出匹配齿轮箱故障特征的预测器与更新器,能够 有效地揭示出提升机齿轮箱发生局部故障时产生的 周期性冲击信号以及装配不当引起的幅值调制特 征。

参考文献:

[1] 荆双喜,华 伟. 基于小波-支持向量机的矿用通风机故障诊断
 [J]. 煤炭学报,2007,32(1):98-102.
 Jing Shuangxi, Hua Wei. The mine ventilator fault diagnosis based on

wavelet packet and support vector machine [J]. Journal of China Coal Society,2007,32(1):98-102.
[2] 冷军发,荆双喜,陈东海,等. 基于小波包与同态滤波的低速重

- [2] 冷车友,刑双喜,陈东海,寺. 基丁小波包与问念滤波的低速重 载齿轮箱故障诊断研究[J].煤炭学报,2006,31(5):670-673. Leng Junfa, Jing Shuangxi, Chen Donghai, et al. Study of low speed & heavy-duty gear box fault diagnosis based on wavelet packet analysis and homomorphic filtering[J]. Journal of China Coal Society, 2006,31(5):670-673.
- [3] 高立新,张建宇,崔玲丽. 基于小波分析的低速重载设备故障诊断[J]. 机械工程学报,2005,41(12):222-227.
 Gao Lixin, Zhang Jianyu, Cui Lingli. Research on fault diagnosis technology of low speed and heavy duty equipments based on wavelet analysis[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005,41 (12):222-227.
- [4] Jiang H, He Z, Duan C, et al. Gearbox fault diagnosis using adaptive redundant lifting scheme [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2006, 20:1 992-2 006.
- [5] Liu B. Selection of wavelet packet basis for rotating machinery fault diagnosis[J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 284;567–582.
- [6] Sweldens W. The construction and application of wavelets in numerical analysis[D]. Belgium: Katholieke Universiteit Leuven, 1995.
- Sweldens W, Schröder P. Building your own wavelets at home [M].
 Heidelberg: Springer Berlin, 1996;72-107.
- [8] Sweldens W. The lifting scheme: a construction of second generation wavelets[J]. SIAM J. Math. Aanal, 1997,29(2):511-546.
- [9] Lin J, Qu L. Feature extraction based on Morlet wavelet and its application for mechanical fault diagnosis[J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, 234(1):135-148.
- [10] Srinivas M, Patnaik L M. Adaptive probabilities of crossover and mutations in Gas[J]. IEEE Trans. on SMC, 1994, 24(4): 656-667.
- [11] Michalewicz Z. Genetic algorithms+data structures = evolution programs[M]. Heidelberg: Springer Berlin, 1992.
- [12] Gouze A, Antonini M, Barlaud M, et al. Design of signal-adapted multidimensional lifting scheme for lossy coding[J]. IEEE Trans. Image Processing, 2004, 13(12):1 563-1 589.