

第一章 绪论



本章目的

- 介绍课程性质、与其它课程及生产实践关系；明确课程任务。

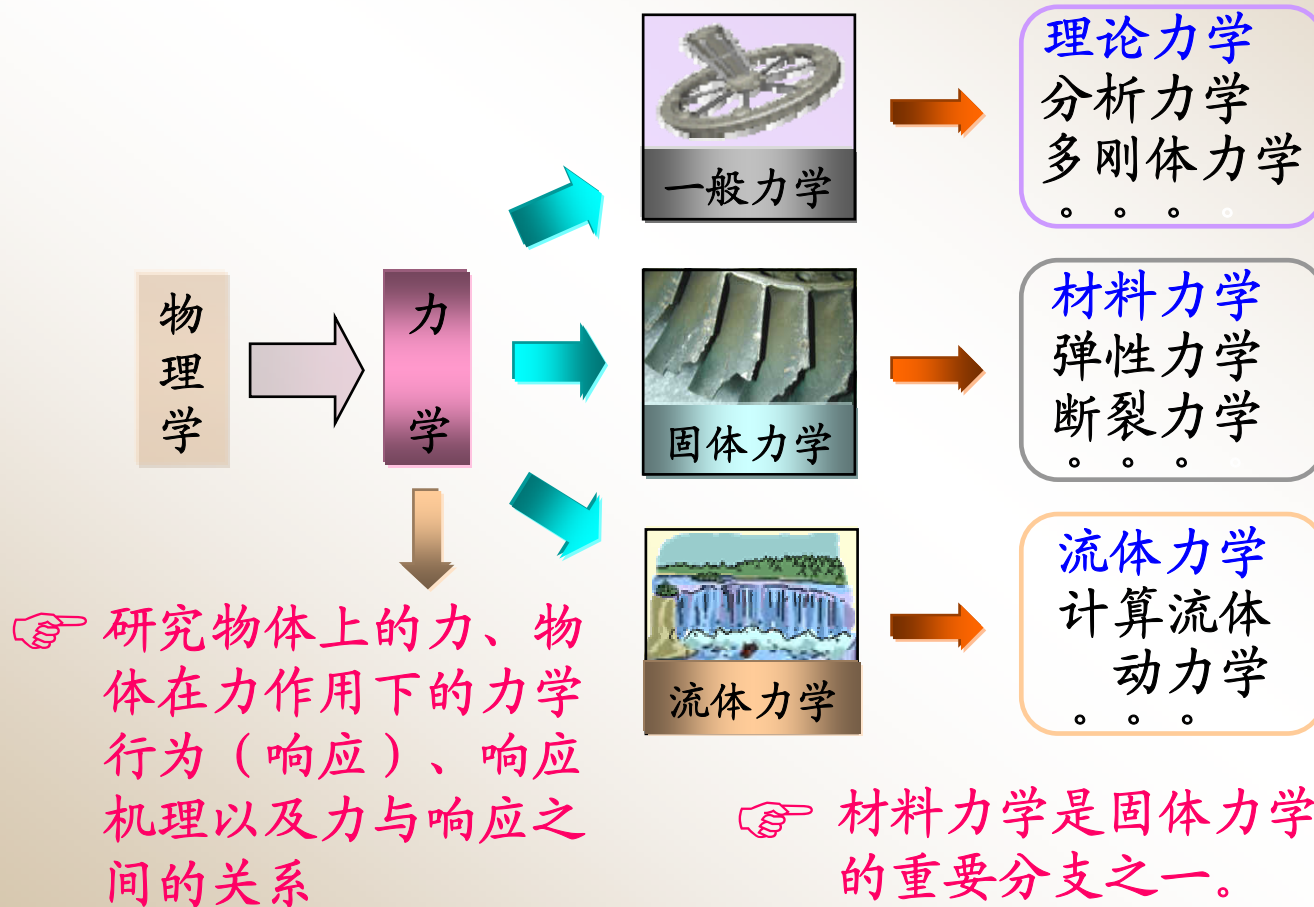
基本要求

- 明确材料力学的研究对象、内容、方法及目的；
- 区别变形体与刚体，正确理解变形固体的基本假设、约束条件及其作用和意义；载荷的形式；
- 复习力系的平衡条件；
- 建立分离体和分离体图的概念；
- 引进应力和应变概念；
- 引进静定与超静定概念；



第一章 绪论

材料力学的任务



第一章 绪论

材料力学的任务



2 材料力学与生产实践的关系

工程结构和机械的组成单元：**构件** (Member)

构件作用：**承力**和（或）**传递运动** (Motion)。



构件设计与应用中需要科学处理的问题

- ① 构件在外力或**外荷载** (Load) 下将产生怎样的**力学行为** (Mechanical Behavior) 或**响应** (Response) ?
- ② 响应将会对构件工作产生怎样的影响？
如何保证构件安全、正常工作？
- ③ 如何合理解决构件安全与经济间的矛盾？

☞ 以上是构件设计与应用中必然遇到和必须解决的问题。材料力学因此而建立和发展。



第一章 绪论

发展简史



发展简史

古时

建筑物的建设，主要凭经验和模仿。

文艺复兴时期

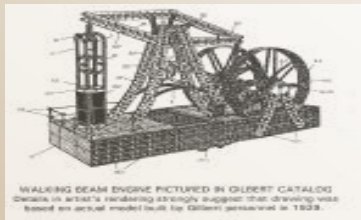
Leonardo da Vinci，铁丝受拉等试验。

十七世纪

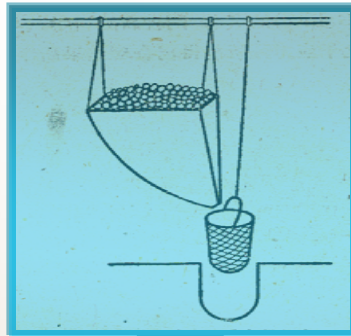
Galileo，*Two New Science* - 为材料力学开端，开辟了试验与理论计算新途径。

Robert Hooke，力与变形之间的关系。

Jacob Bernoulli & John Bernoulli，梁变形的数学描述等。



第一章 绪论
发展简史



da Vinci的试验

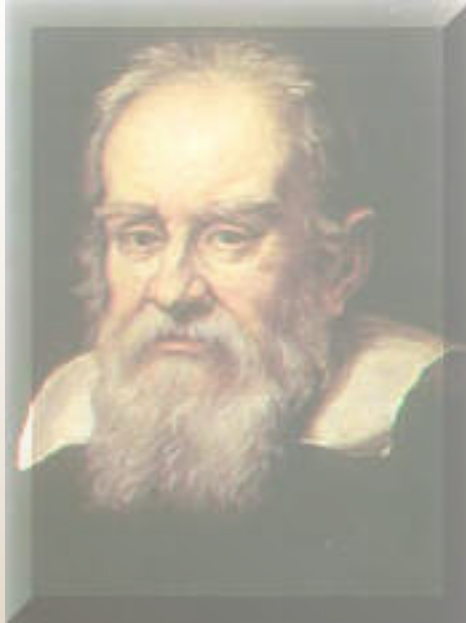


Galileo的试验



第一章 绪论

发展简史



Galileo 伽利略
Galileo (1564—1642)

意大利天文学家、力学家、哲学家。伽利略是第一个把实验引进力学的科学家。他得到了摆的等时性定律，自由落体定律，提出加速度的概念。



第一章 绪论

发展简史

罗伯特·胡克 (Hooke Robert 1635-1703)

是17世纪英国最杰出的科学家之一。他是英国著名的物理学家和天文学家，在光学、天文学、生物学等方面都有重大成绩，在力学方面的贡献更是卓越，是早期探索万有引力的科学家之一，并发现了有名的弹性定律。

他的《显微图集》首次显示了动 植物和矿物的显微结构，并引入了“细胞”一词。



第一章 绪论

发展简史

胡克：1660年实验发现弹簧的力与变形成正比，1678年发表论文

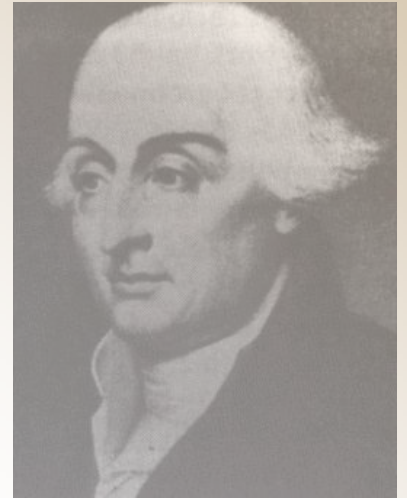
我国东汉的经学家郑玄（公元127 - 200），在注释《考工记·弓人》中“量其力，有三均”这句话时，写下了“假令弓力胜三石，引之中三尺，弛其弦，以绳缓擗之，每加物一石，则张一尺”。比胡克早1500年提出力与变形成正比。

第一章 绪论
发展简史



拉格朗日 J-L.Lagrange, 1736
- 1813, 意大利

他用纯分析的方法发展了欧拉所开创的变分法，为变分法奠定了理论基础。把力学体系的运动方程从以力为基本概念的牛顿形式，改变为以能量为基本概念的分析力学形式，奠定了分析力学的基础。



第一章 绪论
发展简史



铁摩辛柯，
**Stephen Prokofievitch
Timoshenko (1878 ~ 1972)**
美籍俄罗斯力学家。

《材料力学》 铁木辛柯，盖尔
1972，科学出版社

第一章 绪论

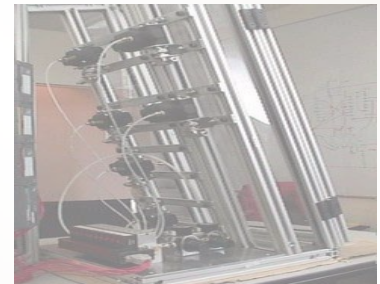
发展简史



十八世纪以后

生产的发展，新型建筑物、运输工具、机械的发明与使用，冶金工业的发展、新材料的出现与应用，促使材料力学成为一门科学。

Daniel Bernoulli, Euler, Lagrange, Coulomb, Navier, Thomas Young, Laplace, Cauchy, Poisson, Lamé, Saint Venant 等等众多科学家在材料力学试验和理论上均做出了重要贡献，使其不断发展。



第一章 绪论

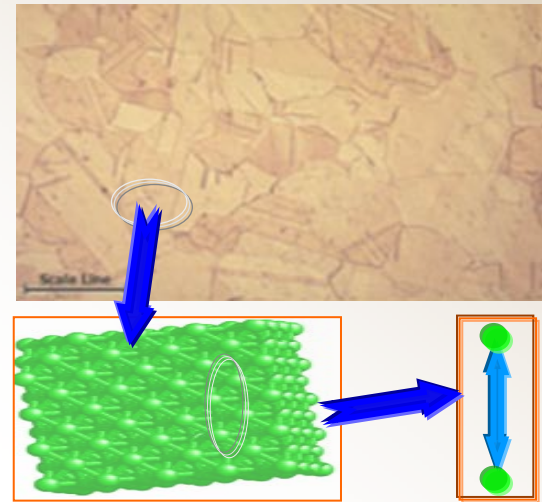
研究内容



研究内容

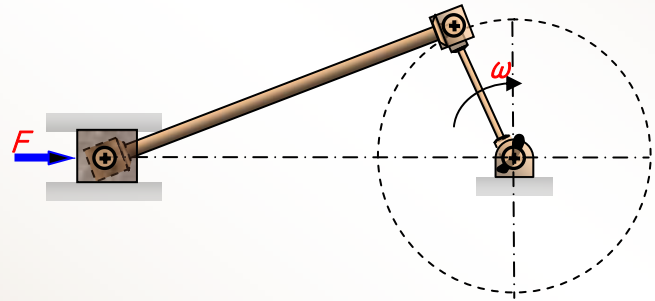
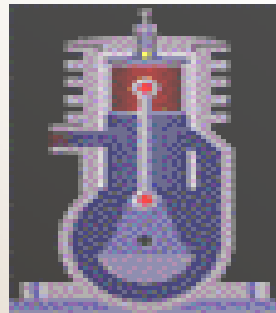
固体物理学

原子之间的相互作用使物体保持一定的形状。即在外力因素作用前，固体内粒子之间已存在相互作用力。



外部荷载作用下构件的响应

- ① 物体整体位置随时间变化，即通常所谓的刚体运动。



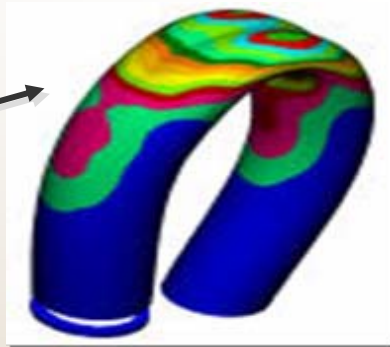
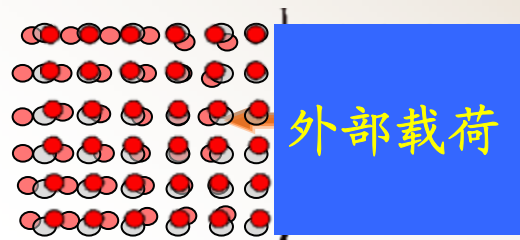
理论力学研究

第一章 绪论

研究内容



- ② 质点间相互作用程度改变，即产生附加作用，使质点间相对位置变化，宏观上物体尺寸与形状将产生变化。即物体**变形** (Deformation)，称其为**变形体** (Deformable Body)。

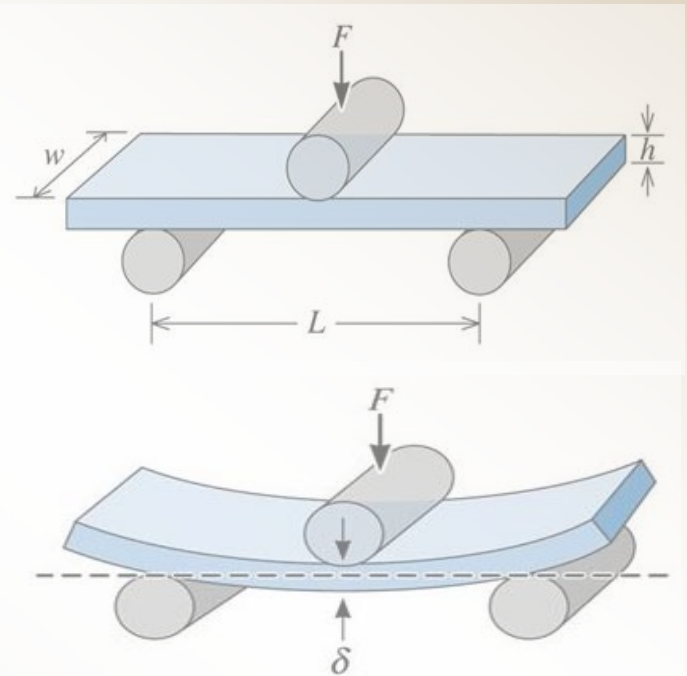


第一章 绪论

三大基本原理

固体力学研究之三大基本原理 (Newton体系)

- ① 外力作用下，物体（变形体）内部产生内力；所有的力必须满足力的平衡关系
- ② 物体变形应满足几何关系：无空隙无重叠。物体的变形必须满足变形协调关系



- ③ 力与变形的关系；物理关系，由材料力学性能决定。



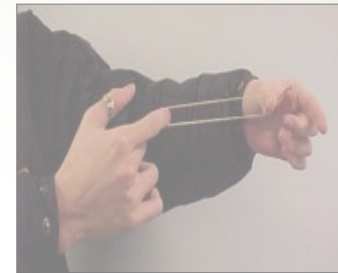
第一章 绪论

能量原理，实验方法

能量原理 - Lagrange 体系

当构件受到外荷载作用而产生变形时，荷载作用点产生一定位移，在此过程中，外荷载做功；同时构件内将存储一定的变形能 (Deformation Energy) 。

根据能量原理可建立寻求力、变形或位移的有效方法。



👉 一定条件下，能量法与力学三大原理存在等价性。

实验方法

材料实验：研究材料的破坏机理；获得其力学性能及行为。

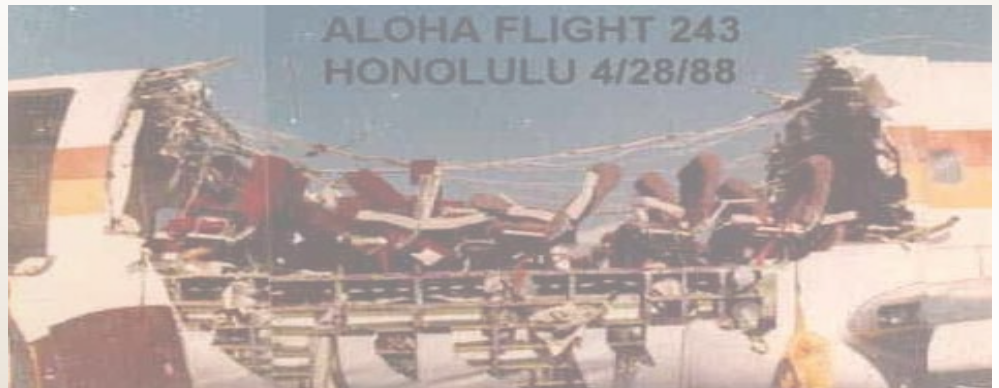
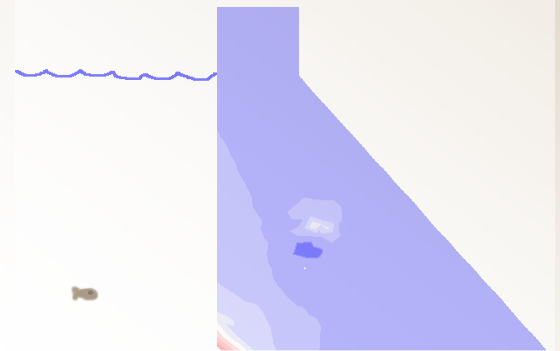
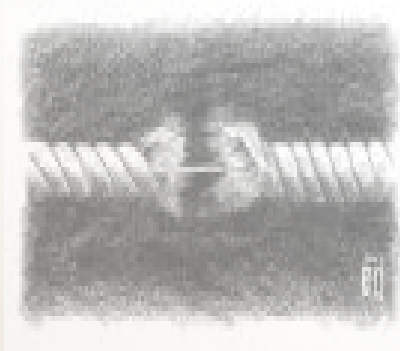
构件实验：实测构件的力学响应；验证理论。

第一章 绪论

材料力学的任务

外荷载过大时可能导致构件丧失工作能力，称为**失效**。
构件失效的三种主要形式

① 构件破坏(Rupture) - 断裂，丧失承载能力；

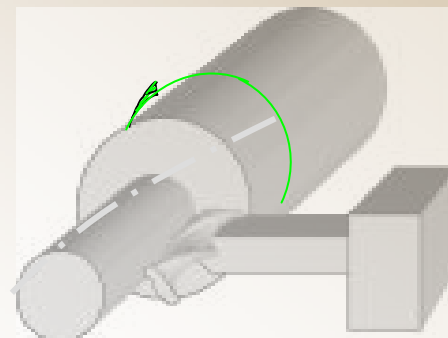


第一章 绪论

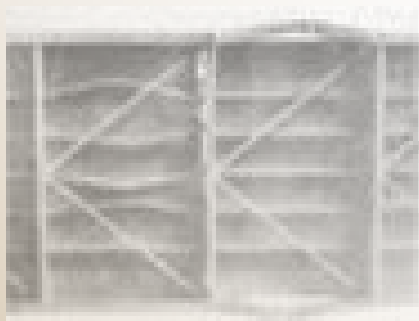
材料力学的任务



- ② 构件变形过大，影响正常工作；



- ③ 构件失稳(Buckling) - 指细长压杆或薄壁构件在外载下处于一种不稳定的平衡状态，丧失承载能力。



第一章 绪论

材料力学的任务



材料抵抗断裂或破坏的能力称为其**强度**(Strength)。

构件抵抗变形的能力称为其**刚度**(Stiffness)。

压杆抵抗失稳的能力称为其**稳定性**(Stability)。

利用力学原理来分析构件或简单结构的内力、变形等力学行为，根据**失效准则**（**failure criterion**）对杆，轴，梁等构件进行设计，使它们能满足**强度**，**刚度**和**稳定性**要求，这就是材料力学的任务。

第一章 绪论

变形固体的基本假设



研究方法 → 建立理想材料模型

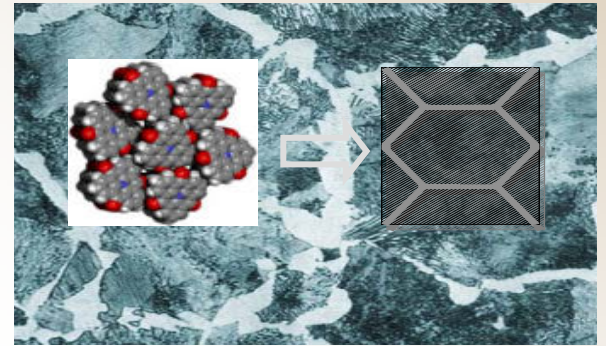
不同材料的内部结构和性质各异，表现出的宏观性质也不同。由材料学知：

晶体材料 - 内部由许许多多晶粒组成，且每个晶粒内质点（如原子）按一定的规则排列，多数金属如此；

非晶材料 - 质点无规则堆积，如玻璃，又如高分子材料多由短和长纤维或杂乱的分子长链缠结而成。

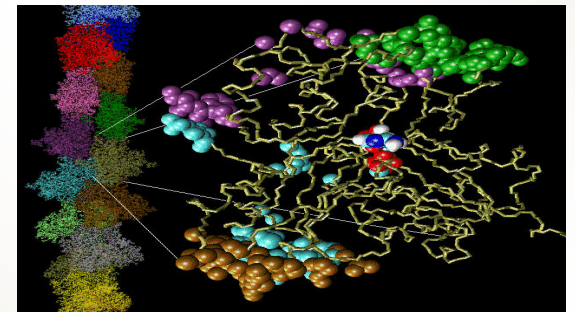
👉 问题相当复杂，需要略去其次要因素，抽象出反映问题本质的理想材料模型。

多晶体金属材料



缺陷：气孔、晶界、夹杂及位错等

高分子材料



第一章 绪论

变形固体的基本假设



材料性质均匀化处理

材料学中将晶粒、纤维和分子长链称为材料的基本组织单元，其尺寸远远小于相应宏观构件的尺寸。材料微观结构具有不均匀和不连续性，基本组织单元也会表现出各向异性。

由于宏观结构由无数个随机排列的基本组织单元组成，其性能可采用统计平均值作均匀化处理。



第一章 绪论

变形固体的基本假设



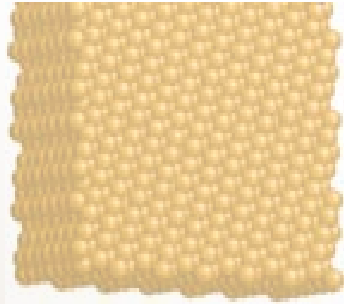
基本假设

- ① **均质性** (Homogeneous) - 材料在其所占有空间内各处具有相同的物质和相同的物质结构特性;
- ② **连续性** (Continuity) - 材料在其所占有空间内充满物质, 即内部结构密实;
- ③ **各向同性** (Isotropic) - 材料在其所占有空间内各方向具有相同的力学性质;
- ④ **小变形** (Small Deformation) - 构件的变形远小于构件的原始尺寸。小变形可使问题线性化或简化计算。

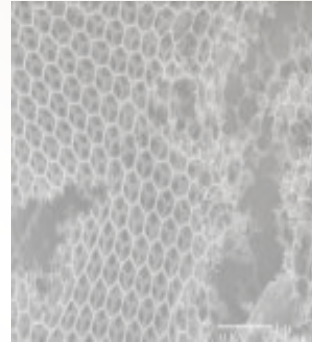
 多数工程用金属和建筑材料符合上述假设。但明显的宏观非均匀(如夹层材料)、非连续(如大空隙松散材料)及各向异性(如木材, 复合材料)材料, 大变形情况除外。

第一章 绪论

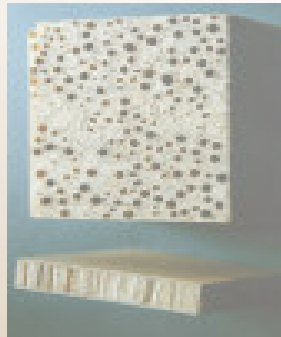
变形固体的基本假设



“连续、均匀、
各向同性”材料



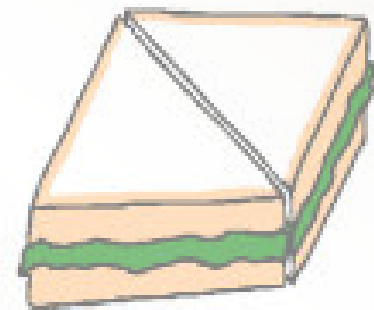
非连续材料



各向异性材料



各向异性材料



非均匀材料

第一章 绪 论


常见的承力构件



4 研究对象

构件 形状多样，尺寸不一，材料种类繁多，外部因素复杂。

研究对象 主要研究处于静力平衡下的杆件 (Bar)类构件。

 本课程大多研究静力平衡下的物体 - 忽略加载速率及构件加速度影响。

杆件的几何特征 某方向（长度方向）尺寸远大于其它方向（垂直于长度方向）尺寸。

如： 杆 (Bar)



轴 (Shaft)



柱 (Column)



梁 (Beam)



第一章 绪 论

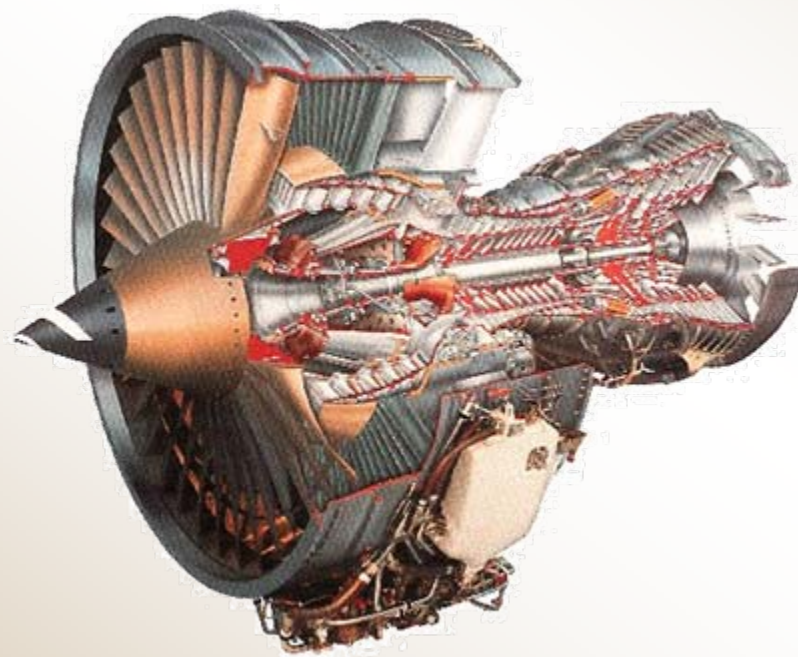
常见的承力构件



4

研究对象

复杂机械中的杆件类部件。



第一章 绪论

常见的承力构件



杆件的几何要素

横截面 (Cross Section)

沿垂直于杆长度方向的截面

轴线 (Centroidal Axis)

各横截面形心的连线。

 **轴线与横截面相互垂直。**

杆件分类

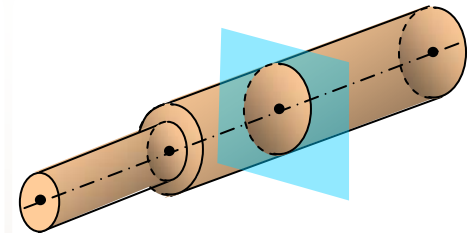
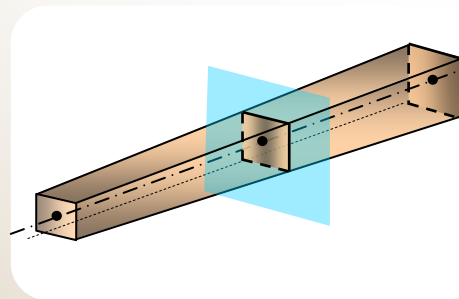
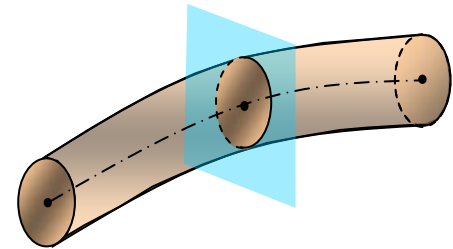
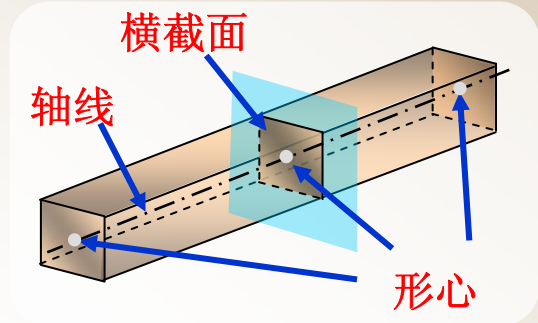
直杆 轴线为直线。

曲杆 轴线为曲线。

等截面杆 等横截面。

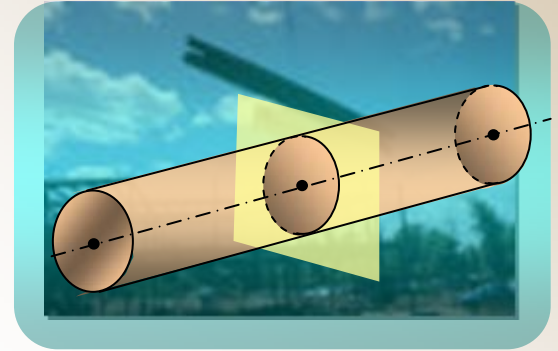
变截面杆

横截面渐变或突变。





👉 材料力学基本理论基于等直杆而建立，并可近似应用于缓变、阶梯杆，以及小曲率曲杆。



其它典型形状的受力构件

块体 (Block) 各方向尺寸相当。

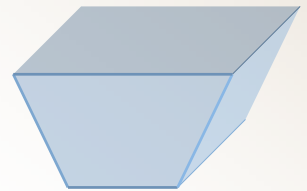
板 (Plate)

某方向尺寸远小于另两方向尺寸，且中面为平面。

壳 (Shell)

某方向尺寸远小于另两方向尺寸，且中面为曲面。

将在其它相关课程中研究。



第一章 绪论

载荷的形式



荷载 (Loads)

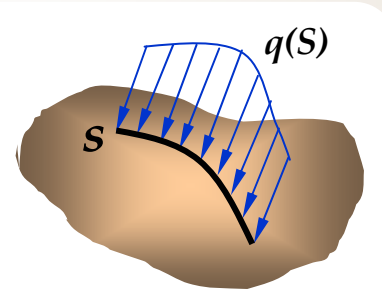
线荷载 (Surface Load): 外界沿构件表面曲线分布的作用力。

面荷载 (Surface Load): 外界在构件表面上分布的作用力。

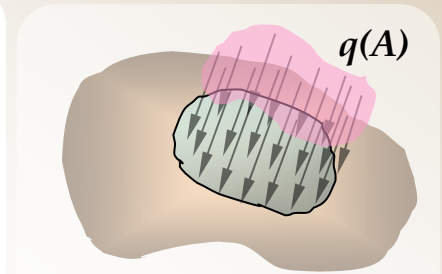
体荷载 (Body Load): 外界物体通过非接触而施加于构件上的力。

分布荷载 (Distributed Load): 作用于构件表面或体域内各质点上的分布力。

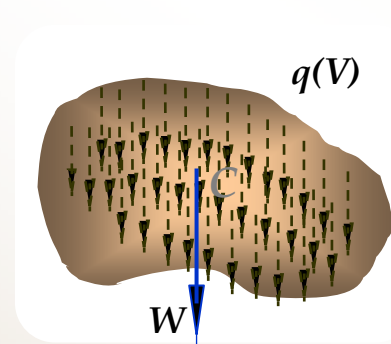
集中荷载 (Concentrated Load): 荷载作用域远小于构件整体域而理想化于一点的力。



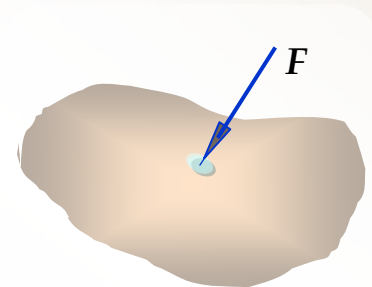
线分布荷载



面分布荷载



体分布荷载

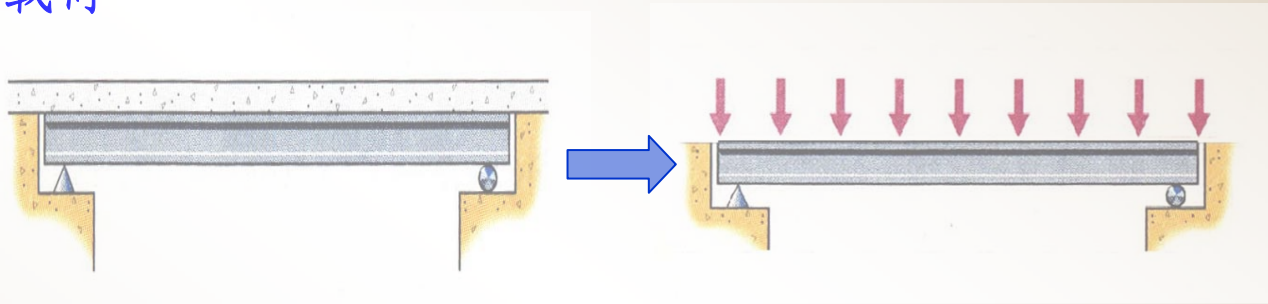


集中荷载

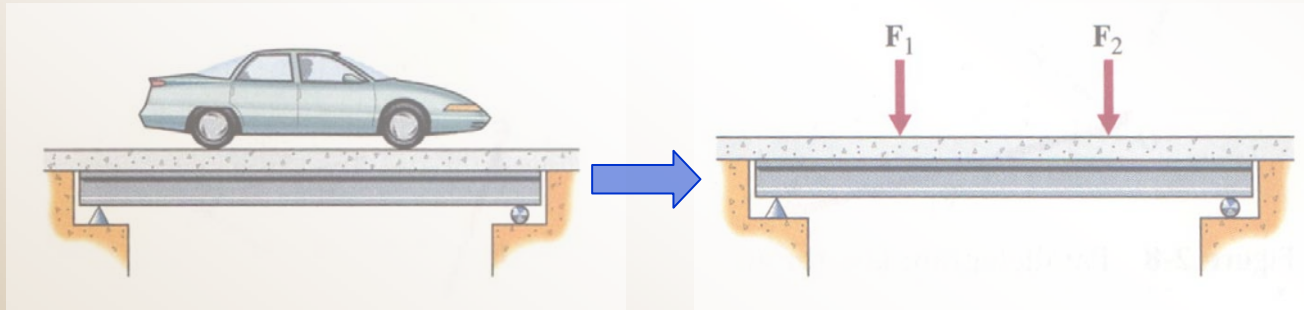
第一章 绪论
载荷的形式



线分布载荷



集中载荷



第一章 绪论

载荷的形式

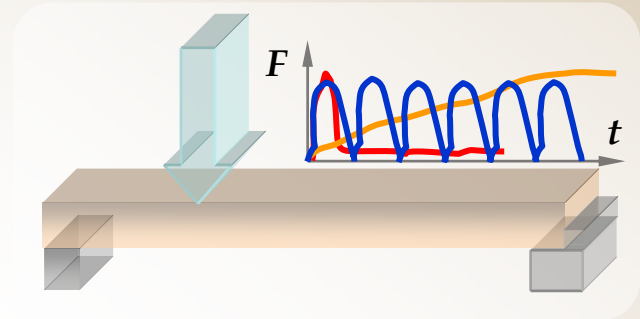


按大小随时间变化情况分类

静荷载 (Static Load) 逐渐施加且速率可忽略 (准静态) 的荷载; 或在相当长时间内大小不变的荷载。

动荷载 (Dynamic Load) 大小随时间明显变化。如冲击 (Impact) 荷载; 周期性变化的荷载 - 循环荷载 (Cyclic Load) 等。

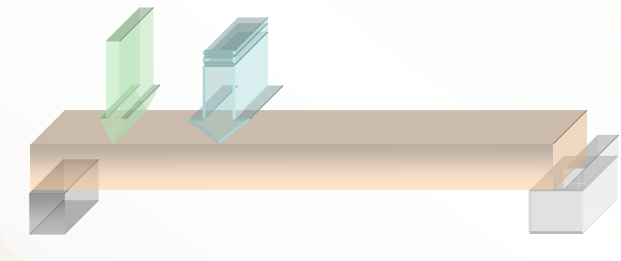
周期荷载作用下, 材料产生破坏的机理与静荷载下的完全不同, 通常称为**疲劳** (Fatigue) 破坏。



按位置随时间变化情况分类

固定荷载 (Fixed Load) 作用位置不随时间变化的荷载。

活荷载 (Live Load) 在构件上移动的荷载。



第一章绪论

载荷的形式



材料力学中，主要考虑**固定静荷载**的情况。对动荷载，只是研究简单的**冲击**和**周期荷载**作用下的疲劳问题。不考虑**移动荷载**的问题。

力的单位

力（荷载）- 广义力，即包括力与力偶。

力的单位: 牛顿 (N)，或千牛顿 (kN)， $1\text{kN}=10^3\text{N}$;

力偶的单位: 牛顿·米 (N·m) 或千牛顿·米 (kN·m)

线分布荷载 - 单位长度上的力或力偶。 (N或N·m)/m

面分布荷载 - 单位面积上的力或力偶。 (N或N·m)/m²

体分布荷载 - 单位体积上的力或力偶。 (N或N·m)/m³

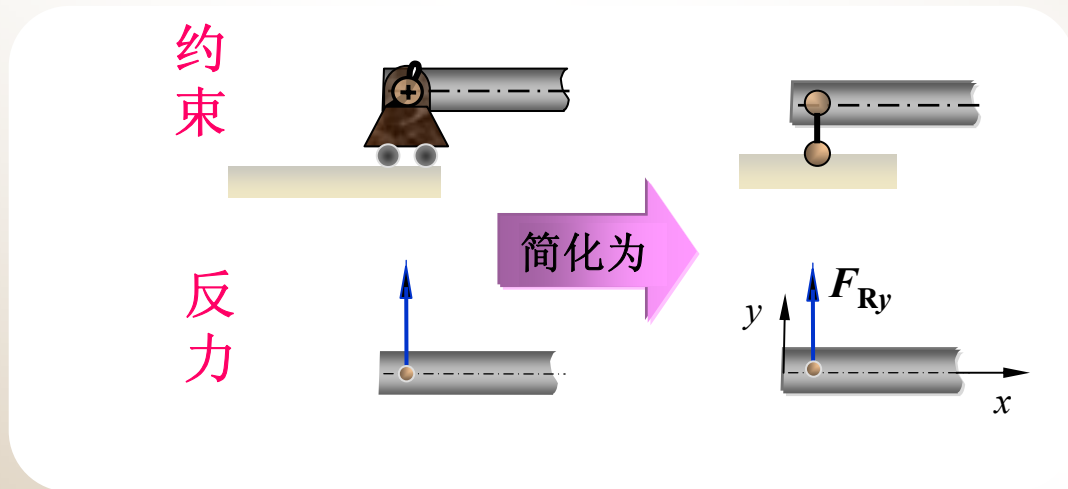
第一章 绪论

约束与约束反力



约束 (Constraint) 与约束反力 (Constraint Force)

阻止移动，必产生一反力；阻止转动，必产生一反力偶矩。
对受共面力系 (Coplanar Forces) 的构件，常见约束及反力如下



可动铰链 (Movable Hinge or Roller)

动铰支座

第一章 绪论

约束与约束反力

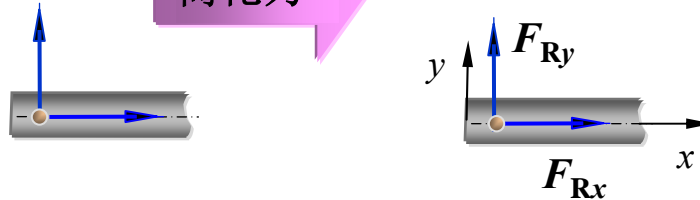
2 约束 (Constraint) 与约束反力 (Constraint Force)

约束



简化为

反力



固定铰链 (Fixed Hinge)

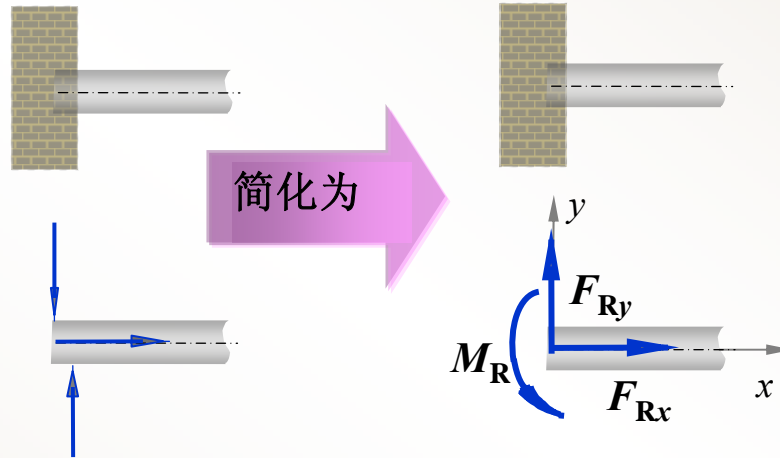
定铰支座

第一章 绪论
约束与约束反力



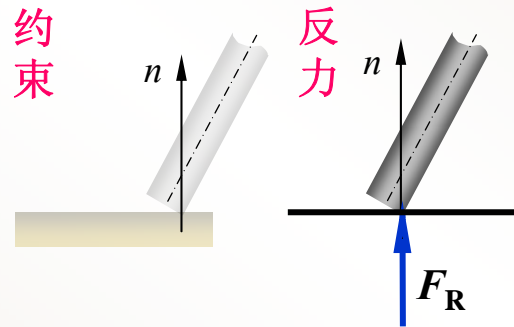
约束

反力



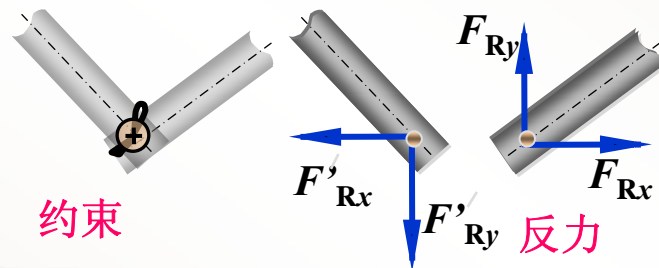
固定 (Clamped) 约束
固定支座

第一章 绪论
约束与约束反力



光滑面 (Frictionless Surface) 约束

第一章 绪论
约束与约束反力

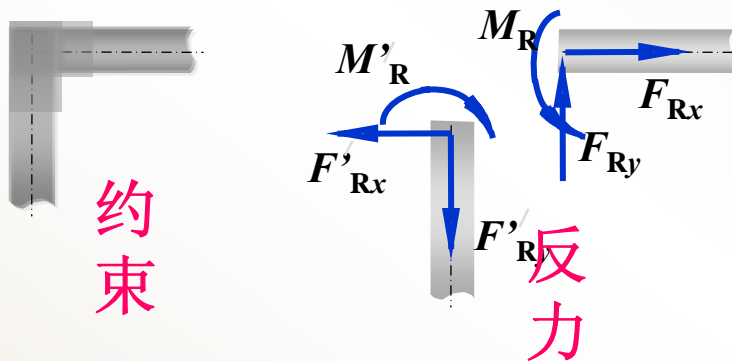


内铰链 (Internal Hinge) 连接

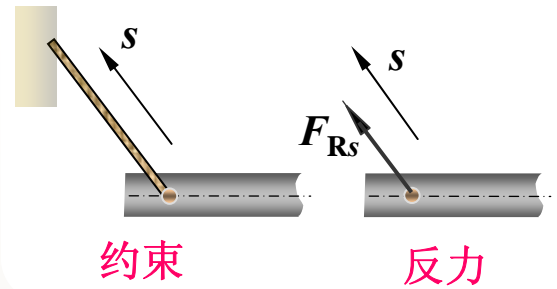
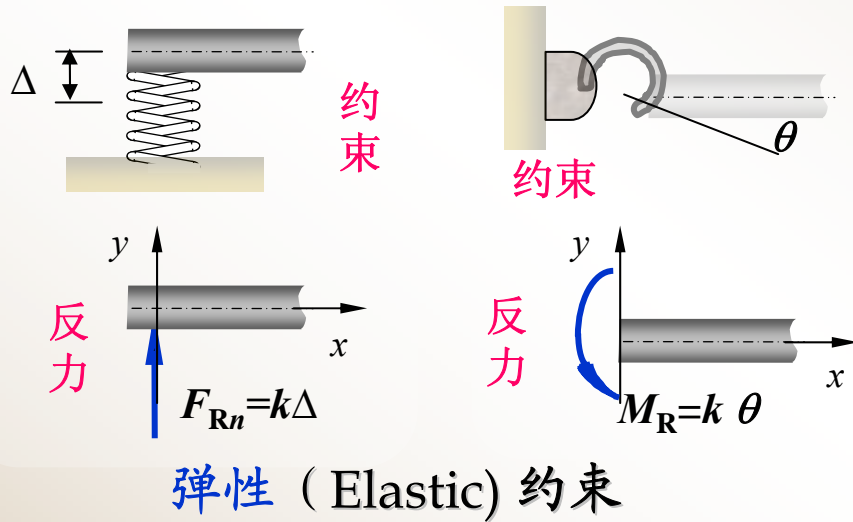
第一章 绪论
约束与约束反力



刚性连接 (Rigid Connection)



第一章 绪论
约束与约束反力

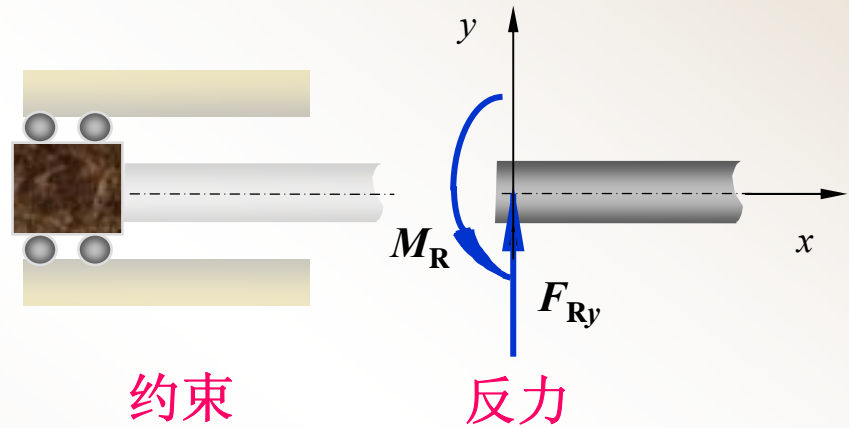


柔性 (Flexible) 约束

第一章 绪论
约束与约束反力



可动固定
(Movable Clamped)
约束



第一章 绪论 约束与约束反力

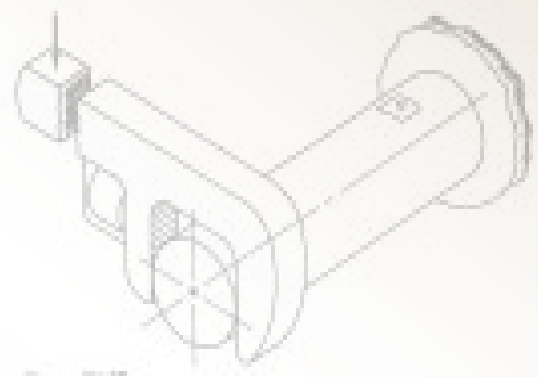
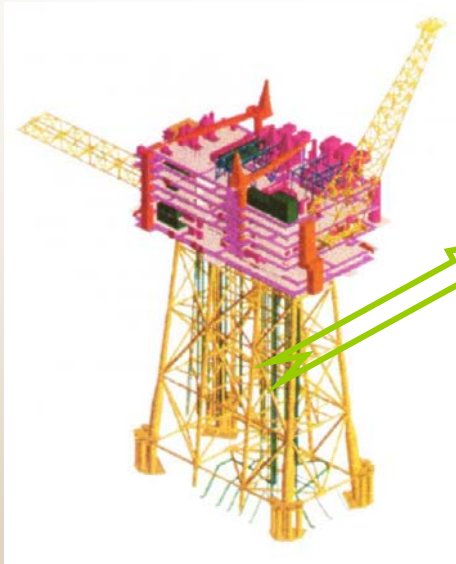
支座位移与约束反力

	位移			支座约束反力		
	u	v	θ	F_x	F_y	M
固定支座	0	0	0	✓	✓	✓
定铰支座	0	0	✓	✓	✓	0
动铰支座	✓	0	✓	0	✓	0
自由端	✓	✓	✓	0	0	0

第一章 绪论 约束与约束反力



受空间力系的构件，有相应空间约束形式。不再赘述。



空间固端 (Space Clamped) 约束
空间铰链 (Space Hinge) 连接

第一章 绪论

力系的平衡条件



力的平衡 (Balance of Forces)

确保物体沿直线或曲线路径无移动或加速运动。

力矩的平衡 (Balance of Moments)

确保物体无转动。

$$\left. \begin{array}{l} \sum \mathbf{F} = 0 \\ \sum m_o = 0 \end{array} \right\}$$

对选定的（空间）直角坐标系 ($Oxyz$)，平衡条件可写成：

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum F_z = 0 \\ \sum m_x = 0, \quad \sum m_y = 0, \quad \sum m_z = 0 \end{aligned}$$

对受共面力系的构件 (如所有力位于 $x-y$ 面内)，平衡条件为：

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum m_o = 0$$

第一章 绪论

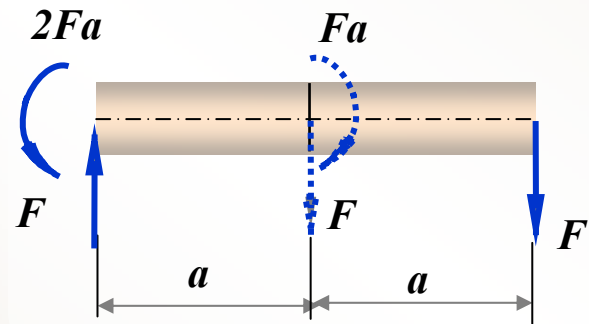
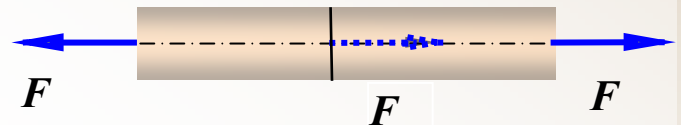
力系的平衡条件



对一变形体，应用平衡条件时可以不考虑其微小的变形。

对一刚体，力的可移性原理及静力等效原理可随意应用。

对一变形体，不能随意应用力的可移性原理及静力等效原理去改变力的作用点及作用方式。



第一章 绪论

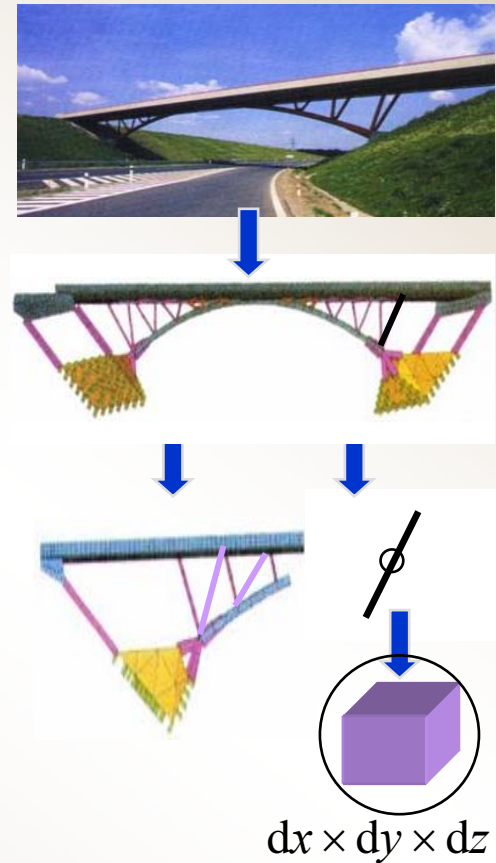
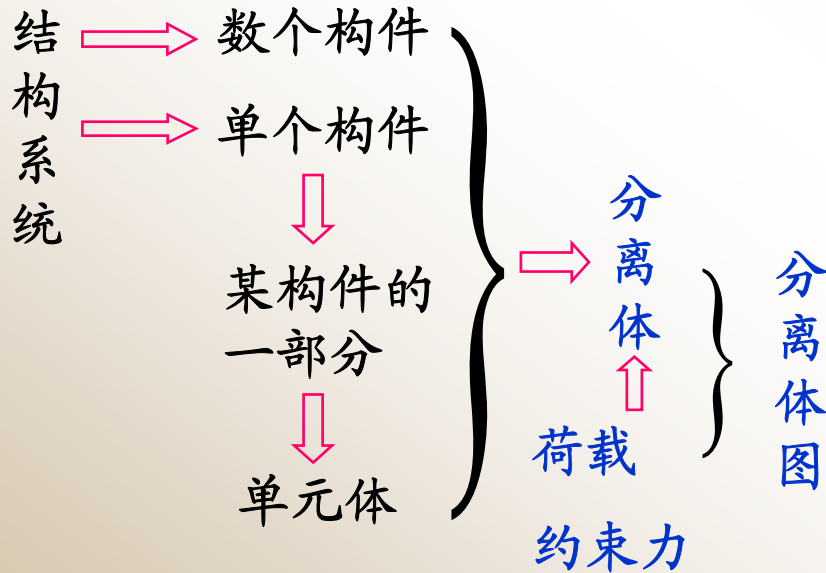
分离体和分离体图



3 分离体的平衡

从平衡体中分离的任何分离体均应处于平衡状态。

分离体图 (Free-body Diagram)



第一章 绪论

分离体图, 例题



例题 求图示桁架BC杆和CD杆的轴向力。

解: 1, 求支座反力

$$\sum m_A(F) = 0$$

$$F_{Ey} \cdot 20\text{m} - 5\text{kN} \times 4.33\text{m} - 10\text{kN} \times 12.5\text{m} = 0$$

$$F_{Ey} = 7.33 \text{ kN}$$

$$\sum F_x = 0$$

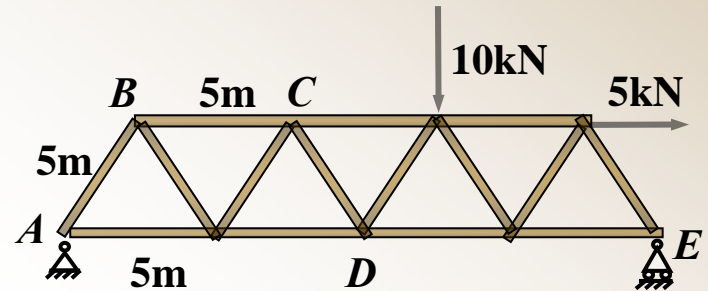
$$F_{Ax} + 5\text{kN} = 0 \quad F_{Ax} = -5\text{kN}$$

$$\sum F_y = 0$$

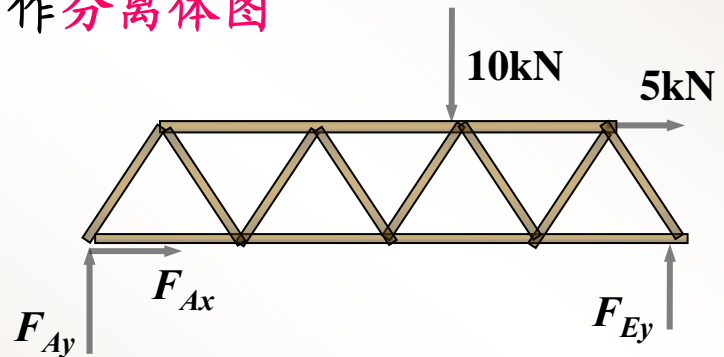
$$F_{Ay} + 7.33\text{kN} - 10\text{kN} = 0$$

$$F_{Ay} = 2.67\text{kN}$$

整个桁架为**分离体**



作**分离体图**



第一章 绪论

分离体图, 例题



2, 求桁架的 BC 杆和 CD 杆的轴力。

$$\sum m_G(F) = 0$$

$$-F_{BC} \cdot 4.33\text{kN} - F_{Ay} \cdot 5\text{kN} = 0$$

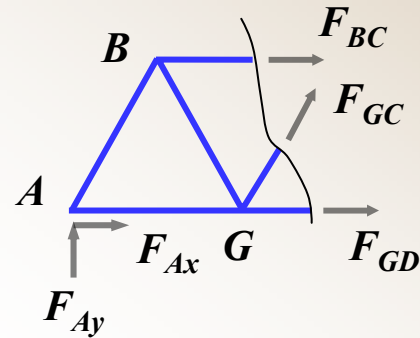
$$F_{BC} = -3.08\text{kN}$$

$$\sum F_y = 0$$

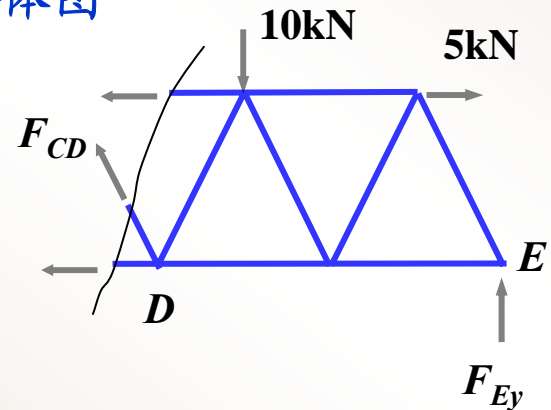
$$F_{CD} \cos 30^\circ + F_{Ey} - 10\text{kN} = 0$$

$$F_{CD} = 3.08\text{ kN}$$

作分离体图



作分离体图



第一章 绪论

分布力的合力



例题 如图所示梁上作用有线性分布力，求支座反力。

解：分布力可以表示为

$$q(x) = \frac{q_0 x}{l}$$

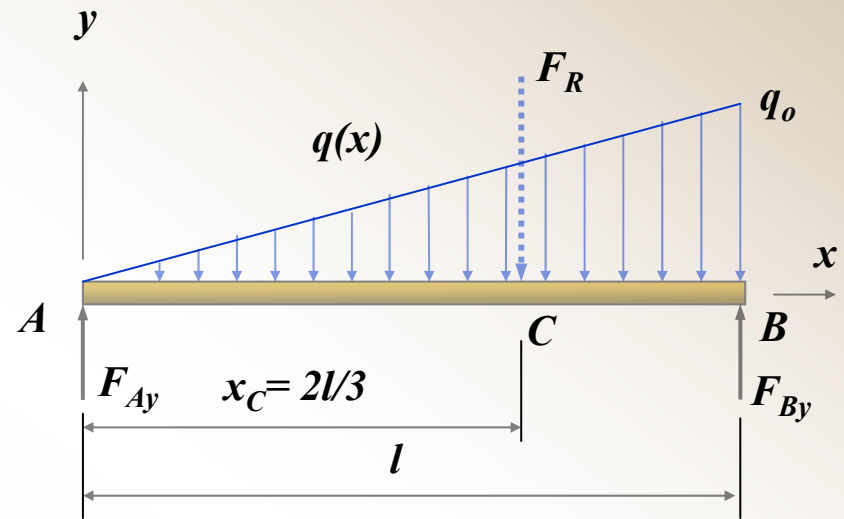
合力的大小：

$$F_R = \int_0^l q(x) dx = \int_0^l q_0 \frac{x}{l} dx = \frac{1}{2} q_0 l$$

合力的作用点：

$$F_R \cdot x_c = \int_0^l x \cdot q(x) dx = \int_0^l q(x) x dx = \int_0^l \frac{q_0 x}{l} \cdot x dx = \frac{q_0}{3} l^2$$

$$\text{所以 } x_c = \frac{2}{3} l \quad F_{By} = \frac{2}{3} F_R = \frac{1}{3} q_0 l \quad F_{Ay} = \frac{1}{3} F_R = \frac{1}{6} q_0 l$$



第一章 绪论

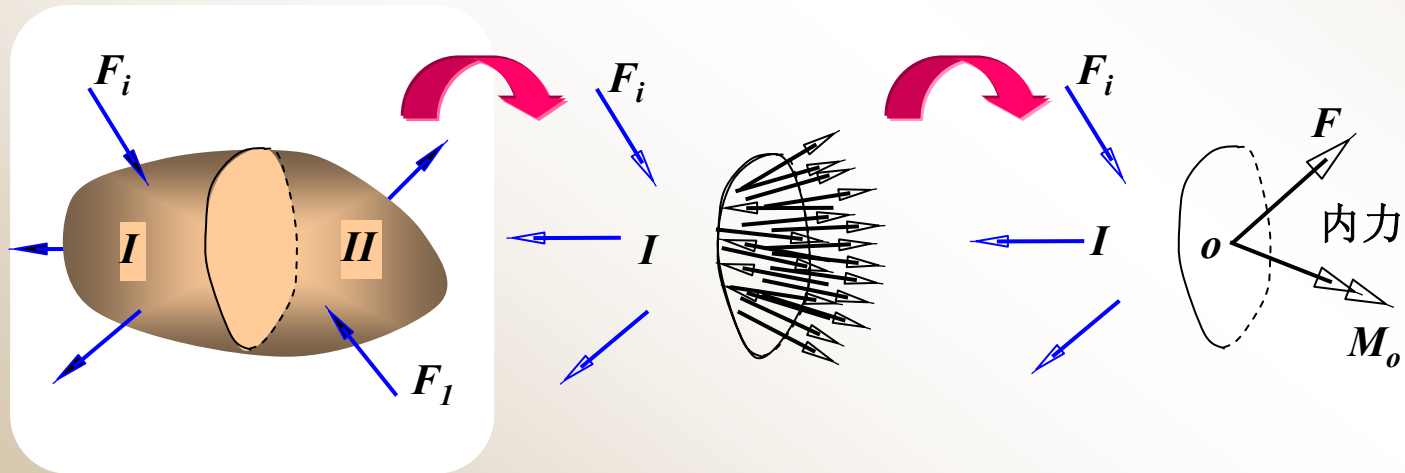
截面上的内力



内力是截面上分布力的合力

为了直观表示内部某截面上这种作用力，可沿该截面将物体切开，获得**分离体**。

由连续性，截开面上应存在连续分布的作用力，由于荷载作用方式、位置及大小不同，该力系一般为**一任意分布力系**。通常将其向截面内某点简化后得到的合力和合力偶矩称为该截面上的**内力**。求解内力的过程称为**内力分析**。

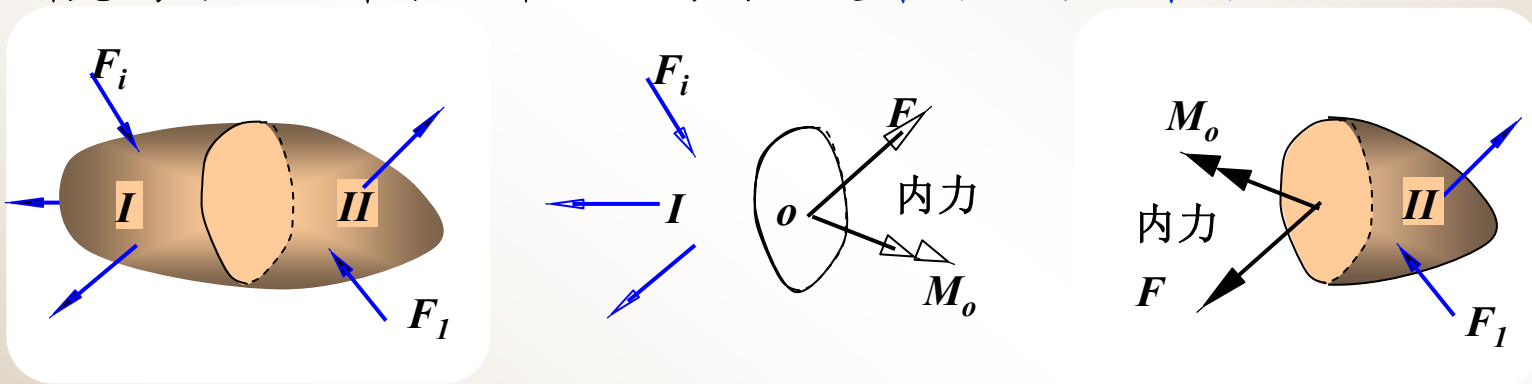


第一章 绪论

分布力的合力

截面上的内力是截面上分布力系向其上任一点简化得到的合力和合力偶。通常向其**形心**简化。

沿截面切开后，将物体分离为两部分。取其中任一部分研究均可，两部分切开面上的内力是**作用力与反作用力**。



👉 表示内力的方法

切 - 沿需表示内力的截面，将物体切开分离为两部分；

取 - 取其中一部分为研究对象；

代 - 用内力代替另一部分对所取隔离体的作用。

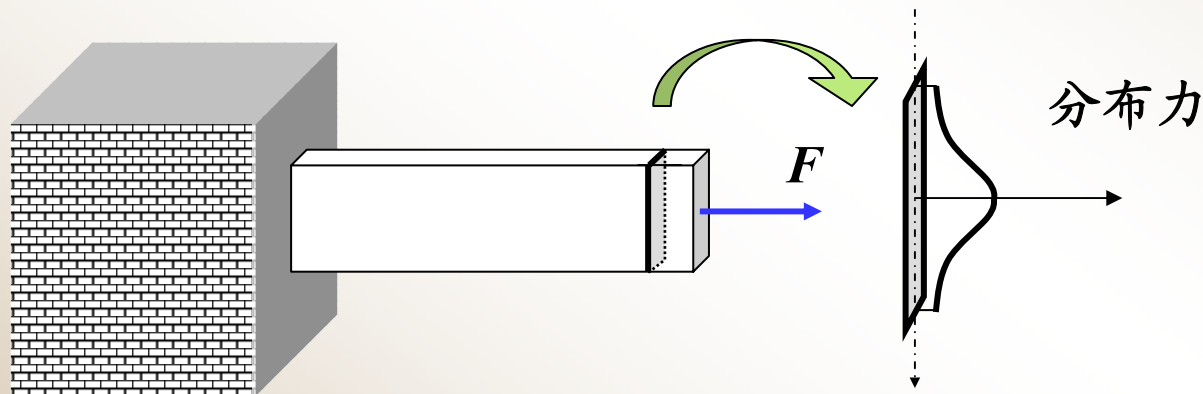
第一章 绪论

应力



应力 (Stresses)

仅仅知道截面上的内力，还不足以判断材料是否会破坏。内力不是判断构件是否会破坏的合适的量。进而需要研究力在截面上的分布情况。一般情况下截面上力的分布不均匀。



第一章绪论
应力

应力 (Stresses)

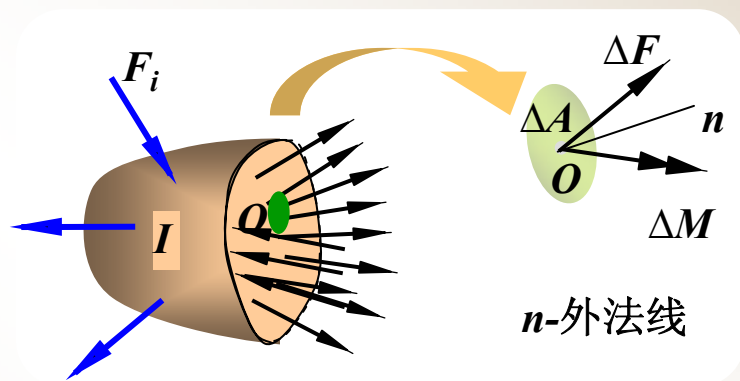
前述分离体截面上一点 O 处的应力可如此定义:

- ① 绕 O 点在切面上取微分元 ΔA , 其上合力和合力偶矢量分别记为 ΔF 和 ΔM 。

由于 ΔA 可以很小, 因而可不计 ΔM 。

- ② 一般内力集度在截面上分布不均匀, \bar{p} 的大小和方向与微分面积的大小有关。确切反映一点的内力集度, 对上式取极限。

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}$$



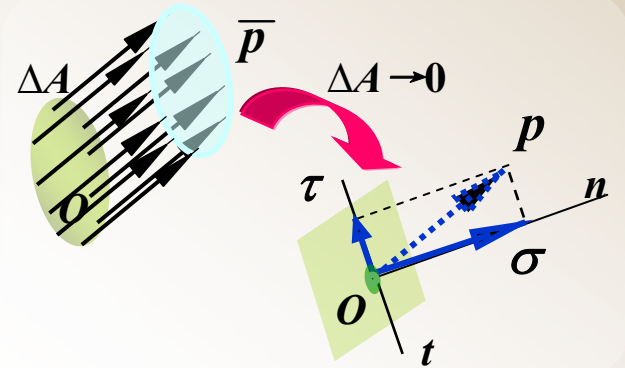
第一章 绪论

应力



③

称 p 为截面上 O 点的应力。若将 p 分别沿垂直于和切于截面的方向分解，得 σ 和 τ (Sigma and Tau)——分别称为该点上的正应力 (Normal Stress) 和切 (剪) 应力 (Shear Stress)。



👉 过一点有无穷多个截面。一般，不同方位截面上的应力的方向和大小各不相同。将一点各方位截面上应力的集合称为该点的应力状态 (State of Stress)。各方位截面上应力存在内在联系，寻求该关系的过程称为应力状态分析。

第一章 绪论

应力



应力单位

按定义，应力也可称为单位面积上的力。

单位为 牛顿/米² (N/m²)

称为 帕斯卡 (Pascal)

简称为 帕 (Pa)， 1 Pa=1 N/m²

实际中，常用 千帕 (kPa)， 1 kPa=10³ Pa

兆帕 (MPa)， 1 MPa=10⁶ Pa

吉帕 (GPa)， 1 GPa=10⁹ Pa

第一章 绪论

位移与变形



5 位移 (Displacement)

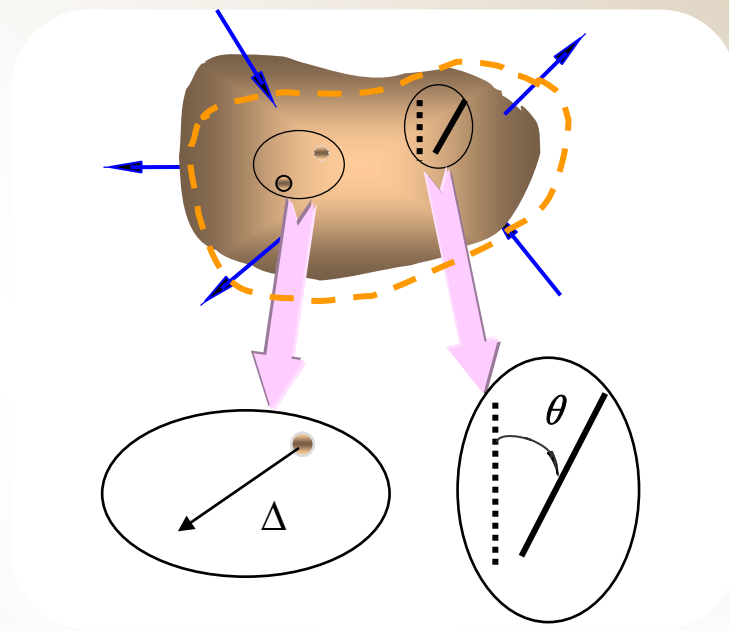
外载下，构件内任一质点的位置将有所改变，称为该质点的**线位移**。

任一微小线段(或面)上各质点的线位移一般不同，使其相对于原位置产生偏转，称偏转角为该线段或面的**角位移**。

线位移与角位移统称为**位移**。



位移导致构件产生**刚体运动**及**变形**



因位移而形变

第一章 绪论

应变



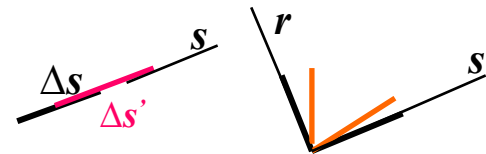
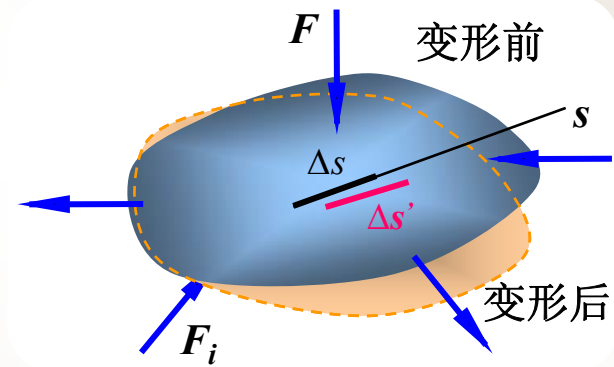
应变 (Strains)

受力构件产生尺寸与形状的整体改变。其内任一线元伸长或缩短，同时转动，两者导致线元的变形。由于线元上各质点位移一般不同，其变形不均匀。

由于线元尺寸可以很小，加之小变形，因而线元变形后仍可近似为直线段。

变形具有方向性及相对性，通常分别考虑：

- (1) 沿长度方向线元的伸长或缩短，
- (2) 两相互垂直线元间夹角的改变。



第一章 绪论

应变



变形集度 (Intensity of Deformation)

考虑变形不均匀性，研究无限小线元变形 - 即变形在一点集中程度，称为该点的**应变**。

一点处某方向无限小线元伸长（缩短）程度 - 此点沿该方向的**线（正）应变**（Normal Strain）；常用 ϵ (Epsilon)表示。

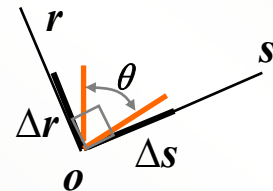
点 O 沿 s 的**线应变**：

$$\epsilon_s = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta s' - \Delta s}{\Delta s}$$



过该点某平面内两相互垂直无限小线元之间夹角的变化 - 为该点该面内的**切（剪）应变**（Shear Strain）。用 γ (Gamma)表示。

点 O 在 $s-r$ 平面内的**切应变**：
$$\gamma_{sr} = \frac{\pi}{2} - \lim_{\substack{\Delta s \rightarrow 0 \\ \Delta r \rightarrow 0}} \theta$$



第一章 绪论

应变



☞ 按定义，线应变可定义为单位长度的伸长或缩短。

线应变为无量纲的量 (Dimensionless quantity)，
切应变也无量纲，用弧度 (Radians, rad) 来度量。

正负号规定

使线元伸长时线应变为正，反之则为负。

使直角减小时切应变为正，反之则为负。

☞ 因小变形限制，自然限制小应变。一般 $\varepsilon \ll 1$ 。

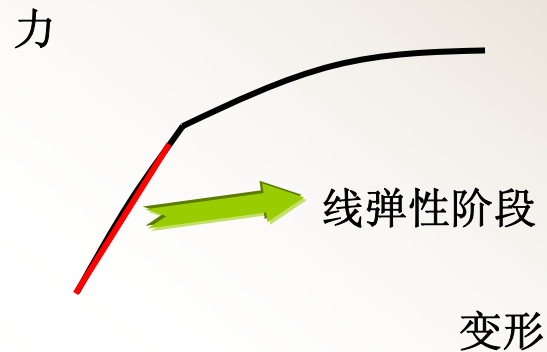
过一点有无穷多方位。一般，不同方位上线应变大小各不相同，不同方位面上的切应变大小也各不相同。将一点各方位上应变的集合称为该点的应变状态 (State of Strain)。寻求不同方位应变间关系的过程称为应变状态分析。

第一章 绪论

线弹性

实验表明，材料初始阶段的变形为弹性变形，很大一类工程用材料具有变形与力成线性关系的**线弹性**阶段。

对多数工程用材料，这种线弹性关系是**近似**的。近似的线性关系使复杂的问题大为简化，并能获得满足工程上精度要求的结果。



👉 材料力学限于研究**线弹性**阶段内构件的力学行为。

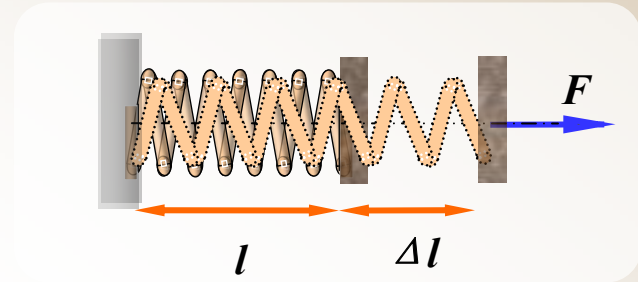
第一章 绪论

弹性与塑性



弹性变形 (Elastic Deformation)

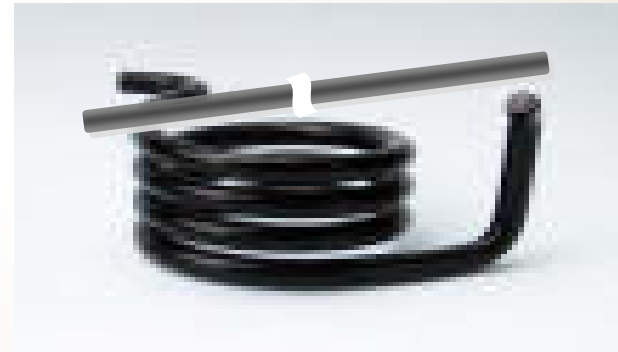
卸载后可恢复的变形。如弹簧拉伸。弹性变形体也如此。



线弹性变形 (Linear Elastic Deformation)

与力呈线性关系且可恢复的变形。

👉 Hooke's Law (1678)
Ut Tensio Sic Vis,
即力与伸长成比例。

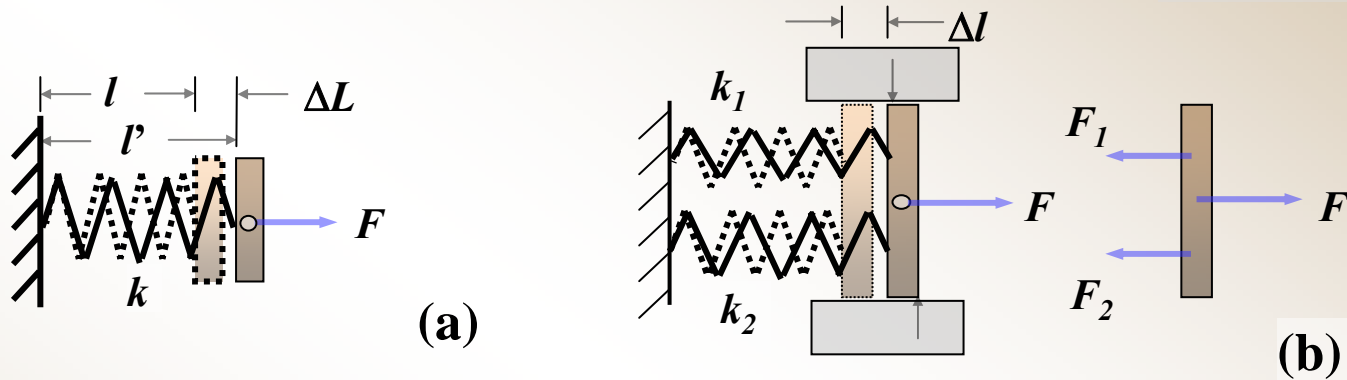


塑性变形 (Plastic Deformation)

卸载后不可恢复的变形。通常也称其为永久变形，或称为残余 (Residual) 变形。

第一章 绪论

静定，静不定



(a)问题 根据滑块平衡条件可知，弹簧的拉力为 F 。弹簧刚度 $k = F/\Delta l$ ，所以伸长量 $\Delta l = F/k$ 。

(b)问题，如何求伸长 Δl ？

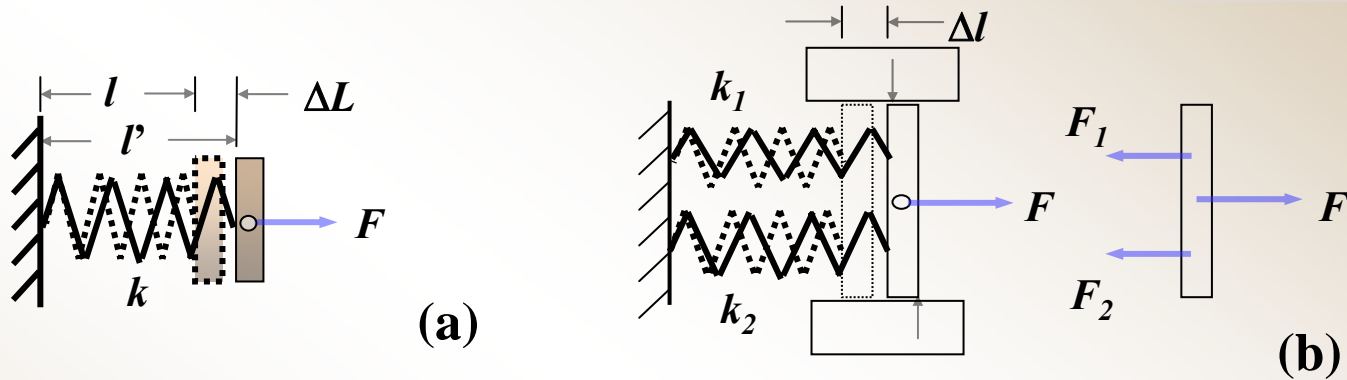
平衡条件: $F = F_1 + F_2$ (1)

物理关系: $\Delta l_1 = F_1/k_1, \quad \Delta l_2 = F_2/k_2$ (2)

几何条件: $\Delta l_1 = \Delta l_2 = \Delta l$
(3)

第一章 绪论

静不定



将式 (2) 代入式 (3) : $\frac{F_1}{k_1} = \frac{F_2}{k_2}$ (有何物理意义?)
 (4)

方程 (1) 与方程 (4) 联立, 可以求出

$$F_1 = \frac{k_1}{k_1 + k_2} F, \quad F_2 = \frac{k_2}{k_1 + k_2} F$$

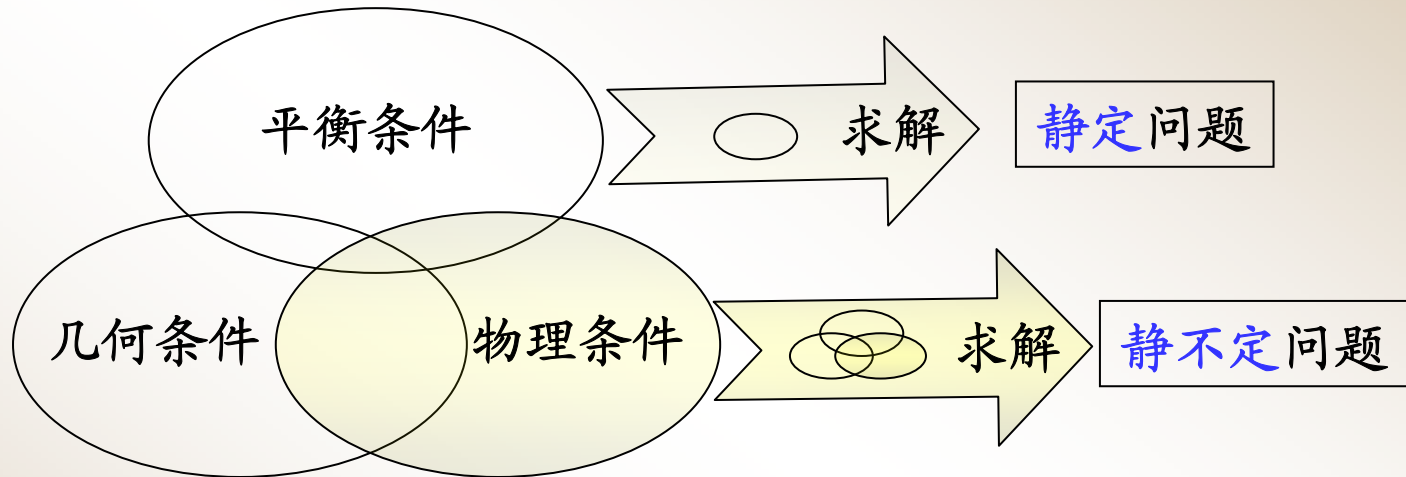
所以

$$\Delta l = \Delta l_1 = \Delta l_2 = \frac{F}{k_1 + k_2}$$



第一章 绪论

静不定




静定问题 (Statically Determinate Problems)

未知力数目等于平衡方程数目。

静不定问题 (Statically Indeterminate Problems)

未知力数目大于平衡方程数目。

 多余未知力的数目称为超静定度 (或次数)。



第一章 绪论

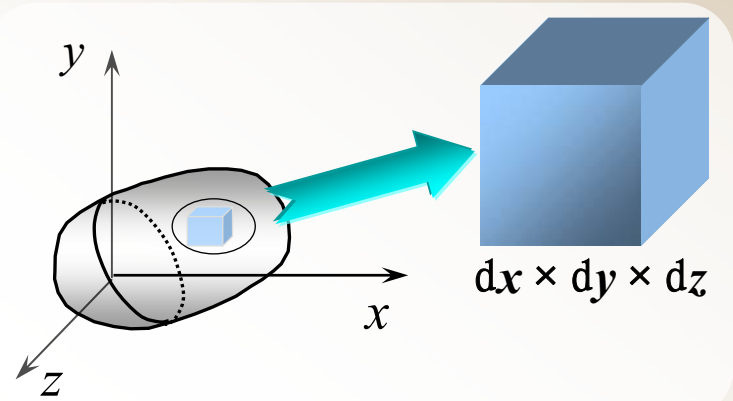
微分单元

微分元 (Differential Element)

微分线段，微分面域和微分体。
(Line, Area or Volume Element)

单元体 (Volume Element)

微分体积单元，当其边长趋向于零，代表构件内一点。



- ➡ 一般变形体问题，基于构件中一点单元体 (取各面垂直于坐标轴) 的平衡及变形一致性偏微分方程寻求其解答。
- ➡ 材料力学则基于简单的对杆件变形几何的假设，将杆件分析简化为一维问题进行求解。

第一章 绪 论



正是人类不断的科学探索，才使这个世界多姿多彩。



本章结束



谢谢!

宇宙之大，粒子之小，力学无处不在。



Thank You