

CSTAM 2012-B03-0062 方形截面微通道中颗粒"惯性聚集"特性 的数值研究

王企鲲,孙仁

上海理工大学能源与动力工程学院 上海交通大学工程力学系

第七届全国流体力学学术会议 2012 年 11 月 12—14 日 广西・桂林

方形截面微通道中颗粒"惯性聚集"特性

的数值研究

王企鲲*,2),孙仁*

*(上海理工大学能源与动力工程学院,上海杨浦区 200093)+(上海交通大学工程力学系,上海闵行区 200240)

摘要 当随机散布细颗粒的流体以低 Re 数层流流入直管时,经过一段距离的流动后,这些颗粒会被 稳定地聚集在一个离管道中心固定距离的同心圆环位置上运动。这种运动特征被称为颗粒"惯性聚 集"现象。该现象表明:在低 Re 数管道层流中,颗粒受到流体沿主流方向的驱动力同时,还受到 垂直于主流的横向升力的作用。这种横向力能使颗粒产生横向迁移,进而形成聚集运动现象,它被 认为是由于流场的惯性力对颗粒的作用所致。本文基于"相对性原理",建立了一个描述颗粒准定 常运动的数值计算模型,并结合 CFD 技术,数值研究了在方形截面的微直通道内,球形颗粒所受横 向升力的形成机理及其空间分布特征,研究重点为颗粒的尺寸对这个横向升力的影响特点。这些研 究成果有助于完善低 Re 数固-液两相流动的力学机理,并为颗粒"惯性聚集"现象在今后的商业应 用提供有益指导。

关键词 颗粒惯性聚集,低 Re 数层流,固-液两相流,惯性升力,微通道,数值研究

引 言

当均匀散布细颗粒的流体以低Re数层流流 入直管时,经过足够长距离的流动后,这些颗 粒会被稳定地聚集在一个离管道中心 0.6 倍半 径的同心圆环位置上运动^[1,2]。这种现象表明: 颗粒在低Re数层流管道内运动时,会受到垂直 于主流的横向升力作用而发生横向迁移。这个 横向升力被认为是由于流场的惯性力作用而产 生的,因此该流动现象又被称为颗粒"惯性聚 集"^[2,3]。

尽管自颗粒"惯性聚集"现象被发现后,它 受到了一些学者的关注^[2-6],但由于这种现象仅 存在于管道层流,而一般工业管道内的流动往 往为湍流,因此这种特殊的流动现象在以前并 未引起足够重视。

当前随着微流体控制技术、血管内流动及 生物芯片技术等领域研究的不断深入,有关微 通道中固-液两相流动的研究被逐步受到关注。 这种流动的一个显著特点是低Re数层流^[2]。此 时颗粒"惯性聚集"现象又作为一个主要的流动 现象而广泛地存在于这些微尺度流动之中,因 此它又重新受到关注。对微流动中颗粒"惯性聚 集"现象的深入研究,不仅有望揭示微通道内颗 粒、胶体或血管中生物体特殊的运动特性,而 且有望利用微流控技术研制出各种低能耗、大 产出、高效率的固液分离与净化装置,以实现 理论研究向应用开发的转化^[2]。

近十年来,对颗粒"惯性聚集"现象的研究 往往集中于非圆形截面的微尺度通道内: Cho 等人^[7]实验研究了方形截面微直通道内低Re数 (0.25≤ Re ≤2.5)下颗粒的"惯性聚集"。结果 表明,在微尺度通道内,颗粒的"惯性聚集"现 象仍存在,但必须满足两个相互依存的条件, 其一,颗粒的相对直径不能过小;其二,通道 内流动Re数不能过低; Di Carlo等人^[8]研究了方 形截面微直通道中,Re数在 100 以内时颗粒的 "惯性聚集"特征。研究结果表明:在一定的Re 数及颗粒相对直径下,颗粒将能被聚集于靠近 管道四壁中点的位置;Chun等人^[9]采用格子波 尔兹曼方法,模拟了Re数在 100 到 1000 之间

1)基金资助项目:国家自然科学基金项目(10872130)、教育部博士点基金(20113120120003)

颗粒在方形截面管道内的聚集。研究结果表 明,随着通道Re数的增加,颗粒的聚集位置将 发生改变;Matas等人^[10]实验研究了在较大Re 数范围(Re=67-1700)内颗粒在圆管中的"惯性 聚集"特征。结果表明,随着管内流动Re数的 增大,颗粒的聚集位置向管道壁面偏移;随着 粒子尺寸的增加,其聚集位置将向管道轴心偏 移。

目前对颗粒"惯性聚集"现象的实验研究往 往集中于颗粒的聚集形态及其受影响的因素, 而对于引起这种聚集现象背后的横向升力却很 少被关注与探讨,其原因大概是运动颗粒的受 力难于测量所致。

曾有学者^[11-14]利用摄动法求NS方程 (Navier-Stokes方程)的近似解,从而获得了 二维Poiseuille流动中颗粒所受的横向升力的摄 动关系式。这个摄动解是个二维结果,同时它 的成立还需满足两个前提条件:第一,流场的 颗粒Re_p数(Re_p= Re(a/H)², a—颗粒直径、

H—通道特征长度)很低;第二,颗粒相对尺 寸远小于1(a/H<<1),即"单向耦合",颗粒 的存在对其周围流场无影响。然而任何颗粒均 为有限大小,它在管道内运动时必然会对周围 流体产生反作用。因此这个关于横向升力的摄 动解不能反映颗粒自身尺寸对流场的影响,故 而具有很大局限性^[2,8]。

CFD (Computational Fluid Dynamics) 技 术作为一种流场的数值模拟手段,应用于颗粒 "惯性聚集"现象的研究时,将不再受"颗粒相对 尺寸远小于 1"与"单向耦合"等假设的制约,它 更有助于揭示导致颗粒"惯性聚集"的原因—— "横向升力"的定量特征,是一种较好的研究手 段。然而这方面的研究报道并不多见,往往多 限于二维流动^[15,16]。

本文利用"相对性原理",提出了一个描述 单颗粒在直管中运动的准定常数值计算模型, 并结合 CFD 技术,研究了在方形截面的微直通 道内,球形颗粒所受横向升力的形成机理及其 空间分布特征,重点研究了颗粒的尺寸对这个 横向升力的影响特点。这种研究方法有望弥补 摄动法研究之不足,研究成果有助于完善低 Re 数固-液两相流动中的力学机理,并为颗粒"惯 性聚集"现象在今后的商业应用提供有益指导。

1 计算模型与方法

1.1 单颗粒运动的准定常计算模型

单颗粒在直管内随流体一起运动时,流场 在绝对坐标系下为典型的非定常、动边界流 动。对这种流场的 CFD 计算比较复杂,它必须 引入"动网格"技术,且须采用非定常意义下 的时间推进计算。鉴于本文的研究重点是颗粒 在直管内各径向位置处的横向升力,而并非颗 粒在管内运动的详细过程,此时的 CFD 计算可 采用如下简化模型:



(a)相对运动模型(b)颗粒所在横向位置图 1. 计算模型示意图

研究对象取为:单颗粒在无限长直管内运动。将坐标系固联于颗粒上且随其作同速运动。记颗粒沿主流方向最终恒定运动速度为Up,则在上述相对运动坐标系中,可以看成颗粒不动,而管道四壁以速度Up反向运动。只要将颗粒放置于所感兴趣的横向位置上(即不同的 y 坐标位置,如图1(b)所示),整个流场的相对位置将不再发生变化,从而变成了固定边界、准定常流场。这种流场很容易采用 CFD方法求解,进而不难获得颗粒在相应横向位置上的升力大小。通过改变颗粒所处的不同横向位置进行反复计算,即可获得管道截面上颗粒

上述计算模型的关键是要事先确定颗粒所 在横向位置处沿主流方向的恒定运动速度 Up, 它是在整个 CFD 计算中必须预先给定的管道壁 面运动边界条件,本文采用"试凑法"将其近 似确定:先假定一个 Up,进行试算,从而获得 颗粒沿主流方向受周围流体的合力 Fz。若 Fz 不为零,则不断调节 Up 的大小,直至找到某 一 Up,使颗粒沿主流的受力近似为零。这时的 Up 即是颗粒沿主流方向最终恒定的运动速度。 计算实践表明,颗粒质心所在空间位置所对应 的充分发展管流速度是 Up 的一个很好的迭代 初始值。

1.2 计算工况

本文研究的管道是一个方形截面微型直管 道,其截面边长为 H(等于 50µm)。为了消除管 道进、出口因素的影响,实际计算管道的总长 度取 20H。管内流动介质为常温、常压下液态 纯水。管内运动的颗粒为刚性球状颗粒。

方形截面通道的几何形状具有对称性,因此本文的研究只要集中于颗粒的球心位于管道中部横截面上沿 y 轴正方向(见图 1(b))各位置的情形即可。此时颗粒周围流体对其表面的作用力合力沿 y 轴的分量即是所要研究的横向升力。这个横向升力为零的位置即是颗粒惯性聚集的位置。

为便于随后的讨论,本文定义如下无量纲 参数:

升力系数C_{FL}:
$$C_{FL} = \frac{F_L}{\rho V^2 a^4 / H^2}$$
 (1)

- 其中, F_L 颗粒所受横向升力(即颗粒表 面所受流体的作用力沿y方向 的分量);
 - V 通道内流体平均流速;
 - ρ —通道内流体密度;
 - a 颗粒直径;

无量纲颗粒直径
$$a+: a^+ = \frac{a}{H}$$
 (2)

其中所用符号的定义与式中相同。

无量纲径向位置 y+: y⁺ =
$$\frac{y}{\frac{1}{2}H}$$
 (3)

其中, y — y 轴坐标,具体坐标系见 图 1(b);

其余符号的定义与式(1)中相同。

通道 Re 数: Re =
$$\frac{VH}{v}$$
 (4)

其中, υ—管道内流体介质的运动粘度; 其余符号的定义与式(1)中相同。

1.3 计算方法

计算网格采用混合型网格,在颗粒表面附 近进行了加密,以提高计算精度。经网格独立 性检查后,整个网格数量最终确定为50万左 右。计算模型采用三维、定常、不可压缩 NS 方程。该方程中的压力与速度的耦合采用基于 交错网格的"Simple 算法"。鉴于所计算的流场 的 Re 数均很低,故 NS 方程对流项的离散采用 一阶精度的指数格式,而其粘性项的离散采用 二阶精度的中心格式。

计算边界条件:在进口给定均匀的相对速度,其大小视计算工况的 Re 数而定;在出口 给定参考压力;壁面上给定无滑移条件。

计算域网格生成均在 Gambit 软件上完成, 并使用商用 CFD 软件 Fluent 上完成所有计算。

2 计算结果与分析

2.1 横向升力的空间分布特征

图 2 是通道 Re 数为 20 时,各种大小颗粒 所受横向升力沿径向的分布曲线。图 2 表明, 具有较大尺寸的颗粒(即 a+≥0.2)在通道中运 动时,其受到的横向升力在空间的分布极具规 律性:在管道轴心处(即 y+=0 处),由于流 场的对称性,导致其受到的横向升力为零;在 靠近管轴附近的区域(即 y+较小的位置),这 个横向升力为正值(即方向指向管道壁面), 且其大小随管轴距离的增加,呈现出先增加后 下降的趋势;在靠近管道壁面附近的区域(即 y+较大的位置),横向升力为负值(即方向指 向管道轴心),其大小随靠近壁面距离的下降 而迅速上升。此时这个横向升力的作用是使颗 粒朝离开壁面的方向运动。

不同大小的颗粒沿径向(即 y+正向)所受 到的横向升力尽管在数值上并不相同,然而其 空间分布特征却具有很强的相似性。这个横向 升力沿径向始终存在唯一的零点位置,这个位 置就是颗粒的惯性聚集位置。





从图 2(b)中的升力零点位置的放大图中不 难发现,这个零点位置是与颗粒的自身尺寸密 切相关的,其基本变化特征是:随颗粒尺寸的 增加,升力零点位置将向管道轴心方向偏移。 这在物理上表现为:颗粒越大,其惯性聚集位 置越偏向管道轴心。这个结论与Matas等人^[10] 的实验结果相一致。

2.2 横向升力的构成

这个横向升力本质上是颗粒周围的流体在 其表面上所作用的表面力的合力沿 y 方向的投 影分量。在低 Re 数的不可压缩流动中,流体 对固体表面的作用力主要有两大类:一类是压 力的合作用力;一类是剪切应力的合作用力。 而总的横向升力就是这两种力在 y 方向上投影 分量的总合。因此,这个横向升力中必然包含 着压力与剪切应力的共同贡献。

为了便于论述,本文将横向升力中压力贡 献的部分称之为"压力横向升力",用符号F_{LP}表 示(如式(5)所示),对应无量纲升力系数记为 C_{FP}(如式(6)所示);将横向升力中剪切应力 贡献的部分称之为"剪切横向升力",用符号F_{Lr} 表示(如式(7)所示),对应无量纲升力系数记 为C_{Fr}(如式(8)所示)。这些横向升力之间的 关系显然应该满足式(9)。

$$\begin{split} F_{LP} &= \vec{j} \cdot \oint_{\Sigma} \vec{n} p dS \quad (5) \quad C_{FP} = \frac{F_{LP}}{\rho V^2 a^4 / H^2} \quad (6) \\ F_{L\tau} &= \vec{j} \cdot \oint_{\Sigma} \vec{n} \cdot [\tau] dS \quad (7) \quad C_{F\tau} = \frac{F_{L\tau}}{\rho V^2 a^4 / H^2} \quad (8) \\ F_L &= F_{LP} + F_{L\tau} \quad (9) \\ (5) - (9) \oplus : \quad \vec{j} - y \, \text{in} \oplus \dot{\Omega} \oplus \Xi; \end{split}$$





图 3 是通道 Re 数为 20 与 80 时,不同粒径 的颗粒所受"压力横向升力"沿径向分布图。图 3 表明,压力横向升力的空间分布特征与总的 横向升力的空间分布(如图 2 所示)具有很大 的相似性:随离管道轴心距离的增加,压力横 向升力也是先沿正向增加(即其指向管壁方 向),随后逐步降低,直至变为负值(即其方 向改变为指向管道轴心的方向)。在此变化的 过程中,这个压力横向升力同样存在唯一的零 点,且这个零点位置同样会随着颗粒直径的增 加而朝管轴方向偏移。

图 3 中有两点值得注意:第一,在两种不同的通道 Re 数下,不同大小颗粒的所受到的压力横向升力的正向最大值均出现在 y+=0.3 的位置;第二,就压力横向升力的大小而论,靠近管壁附近处的压力横向升力,要比靠近管轴附近处的大得多。

图 4 是通道 Re 数为 20 与 80 时,不同粒径 的颗粒所受"剪切横向升力"沿径向的分布图。 图 4 表明,"剪切横向升力"沿径向分布特征与 "压力横向升力"的径向分布具有很大差别:剪 切横向升力几乎均为负值,即其始终指向管道 轴线方向;在靠近管道轴线附近,剪切横向升 力均很小,几乎为零。然而靠近管壁附近,这 个升力却很大,且指向管道轴心;在数值上, 剪切横向升力的大小随离管壁的距离越近而会 急剧增加,这可能与管壁附近流场具有较大速 度法向梯度有关。

比较图 3 与图 4 对应曲线的分布特征,可 以发现,在靠近管道壁面附近的区域内,剪切 横向升力的分布特点与对应压力横向升力的分 布特点具有相似之处。



为了更明显地比较横向升力中各个部分的 贡献特征,图5给出了具有较大粒径的颗粒 (y+=0.35)在不同Re数时,横向升力及其压 力与剪切力分量沿径向的分布比较曲线。显然 由(式9)易知,压力横向升力分布曲线与剪 切横向升力分布曲线的叠加即构成总的横向升 力分布曲线。图5中不难发现,真正对颗粒惯 性聚集现象起决定性作用的是颗粒表面的压力 横向升力。因为只有这一部分横向升力沿半径 方向上的作用方向发生着正负的改变,从而存 在零点位置。剪切横向升力的作用方向,特别 是在较大粒径上的作用方向,几乎均朝着管道 轴心方向,因而不存在零点位置。



剪切横向升力会使正的横向升力降低而使 负的横向升力增加,从而使总的横向升力的零 点位置往管道轴心方向偏移,同时它也会使靠 近管壁附近的总的横向升力急剧上升。

2.3 关于横向升力的两点讨论

关于颗粒惯性聚集及其横向升力的空间分 布特征,有两点值得关注与讨论:

第一,颗粒在管道内随流体一起运动时, 其表面往往会受到周围流体对它的横向升力, 但这并不就意味着颗粒一定存在惯性聚集点。 只有当颗粒所受的横向升力在空间分布具有如 图 3 所示的规律性,且存在唯一的零点时,颗 粒才可能实现稳定的惯性聚集。要使颗粒所受 的横向升力满足这种空间分布特性,"颗粒的尺 寸不能过小"是一个重要的条件。 如图 6 是 Re 数为 20 时具有较小粒径的颗 粒所受到横向升力的径向分布。图 6 表明,尽 管此时的小粒径颗粒(如 a+=0.08、0.1)也会 受到横向升力的作用,但这种升力空间分布不 具备图 3 中所示的规律,虽存在零点但其个数 超过一个,这只能说明这些零点均为不稳定 点。一旦外界出现扰动,就可能使颗粒在这些 升力零点位置反复窜动,进而不能实现稳定的 惯性聚集。只有当颗粒的相对直径增加至 0.15 时(即 a+=0.15),类似于图 3 种的规律性空 间分布特点才开始显现。



图 6. Re=20 时小粒径颗粒横向升力径向分布



第二,实现颗粒惯性聚集的这种横向升力 的空间分布特征与颗粒自身沿主流方向的运动 速度存在密切关系。图 7 中给出了一个数值实 验的结果,它描述了:在通道 Re 数为 20 的条 件下,当相对直径为 0.25 的颗粒(即 a+=0.25)静止在各个径向位置时,其表面所受 总的横向升力及其压力横向升力与剪切横向升 力的相对比例曲线(即静止颗粒在通道内绕流 情形下,各种横向升力的空间分布)。图 7 表 明,当颗粒不动时,尽管其所受到的横向升力 仍然存在,但是在各个径向位置上,这个横向 升力均为负值,即它的方向始终指向管道轴心 方向,而不存在零点。这也就不会产生颗粒"惯 性聚集"现象。

3结 论

本文根据"相对性原理"建立了一个描述单 颗粒在直通道内运动的准定常计算模型,并利 用 CFD 技术数值研究了具有一定尺寸的颗粒在 方形截面微型直通道内的"惯性聚集"特征,重 点研究了这个引发颗粒产生横向迁移的横向升 力的空间分布特征及其受颗粒自身尺寸的影响 规律,同时对一些相关问题作了讨论。本文的 研究主要可以获得以下结论:

(1) 在一定的通道 Re 数条件下,管道内的颗粒 均会受到垂直于主流方向的横向升力的作用, 但只有当颗粒的尺寸满足一定条件且其存在沿 主流方向的运动速度时,这种横向升力的径向 分布才会显示出具有某种相似的规律性,它是 产生颗粒"惯性聚集"运动的条件。

(2) 能使颗粒产生"惯性聚集"运动的横向升力 满足如下空间分布特征:在管道轴心附近区 域,这个横向升力始终指向管壁方向,且随离 管轴的距离增加呈现先增加后下降的趋势;在 管道壁面附近区域,这个横向升力始终指向管 道轴心,且随离管壁距离的下降而急剧增加; 这个横向升力沿径向存在唯一的零点,这即是 颗粒的惯性聚集点;这个横向升力的零点位置 将随颗粒尺寸的增加而向管道轴线方向偏移。 (3) 横向升力由压力横向升力与剪切横向升力 两部分构成。压力横向升力的空间分布与这个 总的横向升力的空间分布规律完全一致,但剪 切横向升力的空间分布却不相同:对于具有较 大粒径的颗粒,在靠近管道轴线区域内,剪切 横向升力很小,几乎为零,而靠近管壁的区 域,剪切横向升力始终指向管道轴心方向,其 数量级与对应的压力横向升力相同。

参考文献

 G. Segre and A. Silberberg, Radial Particle Displacements in Poiseuille Flow of Suspension, *Nature*, 1961, 189: 209-210.

- [2] D. Di Carlo, Inertial Microfluidics, *Lab Chip*, 2009, 9: 3038-3046.
- [3] F. P. Bretherton, The Motion of Rigid Particles in a Shear Flow at Low Reynolds Number, J. Fluid Mech., 1962,14: 284-304
- [4] R. Oliver, Influence of Particle Rotation on Radial Migration in the Poiseuille Flow of Suspensions, Nature, 1962, 194: 1269–1271
- [5] R. V. Repetti, E. F.Leonard, Segre–Silberberg's Annulus Formation: a Possible Explanation, Nature,1964, 203: 1346–1348
- [6] R. C. Jeffrey, J. R. A. Pearson, Particle Motion in Laminar Vertical Tube Flow, J. Fluid Mech., 1965, 22: 721–735.
- [7] B. R. Cho and Y. W. Kim, Lateral Migration of Neutrally-Buoyant Particles in a Square Micro Channel at Low Reynolds Number, Proceedings of the ASME 2009 Fluids Engineering Division Summer Meeting, FEDSM2009, August 2-6,2009, Vail, Colorado USA
- [8] D. Di Carlo, J. F. Edd, K. J. Humphry, et al, Particle Segregation and Dynamics in Confined Flow, *Phys. Rev. Lett.*, 2009, 102: 094503-4.
- [9] B. Chun and A. J. C. Ladd, Inertial Migration of Neutrally Buoyant Particles in a Square Duct: an

Investigation of Multiple Equilibrium Positions, *Phys. Fluids.*, 2006, 18: 031704.

- [10] J. Matas, J. F. Morris and E.Guazzelli, Inertial Migration of Rigid Spherical Particles in Poiseuille Flow, *J. Fluid Mech.*, 2004, 515: 171-195.
- [11] B. P. Ho and L. G. Leal, Inertial Migration of Rigid Spheres in Two-Dimensional Unidirectional Flows, J. *Fluid Mech.*, 1974, 65: 365-400.
- [12] J. A. Schonberg and E. J. Hinch, Inertial Migration of a Sphere in Poiseuille Flow, *J. Mech. Fluid Mech.*, 1989, 203: 517-524.
- [13] E. S. Asmolov, The Inertial Lift on a Spherical Particle in a Plane Poiseuille Flow at Large Channel Reynolds Number, *J. Fluid Mech.*, 1999, 381: 63-87.
- [14] A. Osiptsov and E. S. Asmolov, Asymptotic Model of the Inertial Migration of Particles in a Dilute Suspension Flow through the Entry Region of a Channel, *Phys. Fluids*, 2008, 20: 123301.
- [15] Y. Zhao and M. K. Sharp, Finite Element Analysis of the Lift on a Slightly Deformable and Freely Rotating and Translating Cylinder in Two-Dimensional Channel Flow, J. Biomech. Eng., 1999, 121: 148–152.
- [16] S. H. Cho, H. G. Choi and J. Y. Yoo, Direct Numerical Simulation of Fluid Flow Laden with Many Particles, J. Multi. Flow, 2005, 31: 435-451.

NUMERICAL INVESTIGATION ON MECHANISM FOR 'INERTIAL FOCUS OF PARTICLES' IN MICRO-CHANNEL WITH SQUARED SECTION

WANG Qikun¹ SUN Ren²

(1 School of Energy and Power Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, No.516 JunGong Road,

Shanghai, 200093, China)

(2 Department of Engineering Mechanics, Shanghai Jiao Tong University, No.800 DongChuan Road, Shanghai, 200240, China)

Abstract When a flow with randomly dispersed small particles enters a straight pipe at laminar flow with low Reynolds numbers, the particles may migrate along an annulus at a certain radius of the pipe after a pipe distance. This phenomenon is called as 'Inertial Focus of Particles', which indicates that at the corresponding Reynolds number flow, there is a transverse force exerting on the immersed particles, besides the viscous drag. It is this kind of transverse force that results in 'Inertial Focus of Particles', which is regarded as an effect of the inertial force of the flow field on these particles. Based on the 'Galileo Principle of Relativity', a numerical model is proposed in this paper to describe the quasi-stationary motion of a particle in a straight pipe, by which the transverse force is successfully obtained on the spherical particle inside a straight micro-channel with squared section, combined by CFD techniques. The mechanics mechanism and the spatial distribution characteristics on the transverse force are numerically investigated and the influence on the transverse force is also obtained by the particle's diameters. These results help to perfect the mechanics mechanism on the liquid-gas flow field with low Reynolds number and enhance the further commercial applications for this phenomenon of the 'Inertial Focus of Particles'.

Key words inertial focus of particles, laminar flow with low Reynolds number, solid-liquid flow, micro-channel, numerical investigation