



CSTAM 2012-B03-0232

基于格子 Boltzmann 方法的双气泡相互作用研究

陈效鹏

西北工业大学力学与土木建筑学院

第七届全国流体力学学术会议

2012 年 11 月 12—14 日 广西·桂林

基于格子 Boltzmann 方法的双气泡相互作用研究¹⁾

陈效鹏²⁾

(西北工业大学 力学与土木建筑学院, 陕西西安 710129)

摘要 当存在多气泡相互作用条件下, 气泡运动过程与单气泡运动过程有较大差别。利用格子 Boltzmann 方法对双气泡干扰发展过程进行了模拟研究。对于两个初始等大小气泡而言, 由于干扰的存在, 其膨胀过程受到限制(膨胀速率降低)。该数值模拟结果验证了 Quinto-Su 的实验和分析结果(Quinto-Su and Ohl, J. Fluid Mech., 633, 425-435 (2009))。结合本文研究对象, 本文在 Quinto-Su 分析过程中, 引入了粘性、表面张力因素。其结果与格子 Boltzmann 数值方法结果吻合。对于非等尺度气泡而言, 小气泡的收缩, 会加速大气泡的膨胀速度。模拟结果显示, 小气泡的存在时间与两气泡间的距离成正比。

关键词 气泡动力学、相互作用, 格子 Boltzmann 方法

引言

自然空化是指当环境压力降到液体饱和蒸汽压以下时, 蒸汽泡自然形成的过程——它通常会引起水下机械结构性能的降低、促使水下高速航行体的阻力的降低等效应[1]。近几十年来, 人们在空化气泡的生成方面做了大量的工作, 空泡生成状态可以看成是后续发展的初始条件[2]。另一方面, 空泡的“溃灭”同时伴随着相应的光学、声学现象。这也促使相关的机理研究获得了广泛的关注。而近期, 由于微尺度管道内流体力学现象也吸引人们开展了大量的受限环境中的空泡运动的研究[3]。作为一种有效的研究手段, 激光激发空泡更进一步促进了关于多空泡发展相互作用的细致研究[3, 4]。然而当前的理论分析多局限于势流理论, 同时界面张力效应、相变作用在此类研究(实验和数值模拟)中被忽略[3, 5]。

格子 Boltzmann 方法在近几十年来被广泛关注。这种基于介观粒子运动的方法, 凭借其坚实的微观粒子动力学基础, 被看成是一种极具潜力的方法, 因而被应用于多种复杂流动现

象的研究, 其中包括多想流动现象[6, 7]。多种模型因而被提出。Shan-Chen 基于长程相互作用, 提出了伪势模型[8]。该模型可以较好的再现相变过程。Swift[9]基于 Cahn-Hilliard 模型提出了自由能多相流模型。两者的核心思想是, 希望通过格子 Boltzmann 方法再现真实流体的状态方程(EOS)。最近人们进一步发展了大密度比多相流模型。Yuan 和 Schaefer[10]通过将 Carnahan-Starling 状态方程引入 Shan-Chen 模型, 大大提高了 LBM 对大密度比多相流问题模拟的稳定性。Kupershtokh[11]通过将一定的 EOS 和 Zhang-Chen 模型相耦合, 获得了 10^7 倍的密度比。

本文将采用格子 Boltzmann 方法对二维条件下的多空泡发展相互作用进行模拟研究。

1 数值方法

Chen[13]利用 LBM 对二维“单气泡”动力学过程进行了研究——模拟结果与经典 Rayleigh-Plesset 方程(RPE, 方程(1))模拟结果进行了对比。

$$(R\ddot{R} + \dot{R}^2)\ln\left(\frac{r_\infty}{R}\right) - R^2/2 - \frac{2\mu}{\rho R}\dot{R} + \frac{\sigma}{\rho R} = \frac{p_B - p_\infty}{\rho} \quad (1)$$

方程中, r_∞ , $R(t)$, μ , ρ , σ , p 分别为计算域边界位置、气泡半径、液体粘性、液体密度、界面张力系数和压力。下标 B 和 ∞ 分别表示气泡和远场条件。本文中, 我们进一步采用了文

献[13]所用的方法, 即 Kupershtokh[11]的处理过程。为了精确再现介质的状态方程, 我们在处理力项时采用了精确差方法(EDM)。其中我们引入中间势函数:

1) 基金资助项目: 国家自然科学基金, 批准号: 10902087; 国家水动力学重点实验室资助项目

2) Email: xchen76@nwpu.edu.cn

$$\psi(\rho, T) = (-U(\rho, T))/2, U = p(\rho, T) - \rho/3 \quad (2)$$

在本问题中，局部粒子所受的力因而表达为： $\mathbf{F} = 2\psi\nabla\psi$ 。式中， $p(\rho, T)$ 为热力学压力，它可以通过状态方程获得；而 U 表征了非理想气体效应。本文采用了 Carnahan-Starling 状态方程。

$$f_i(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}, t + \Delta t) - f_i(\mathbf{x}, t) = -(f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{eq}(\mathbf{x}, t)) / \tau + \Delta f_i$$

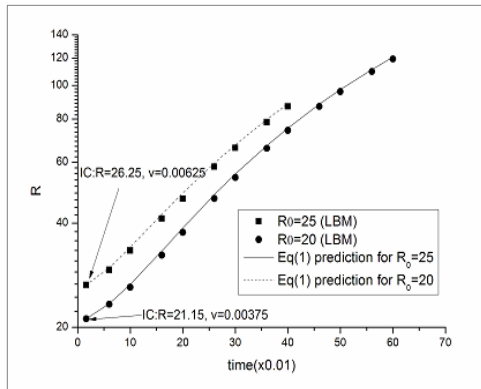
其中外力作用项表达为：

$$\Delta f_i = f_i^{eq}(\rho, \mathbf{u} + \Delta\mathbf{u}) - f_i^{eq}(\rho, \mathbf{u}), \Delta\mathbf{u} = \mathbf{F}\Delta t / \rho$$

本文中，相应的物性参数设定为， $\tau = 1.0$ （相应运动粘性为： $\nu = (\tau - 0.5)/3$ ）； $T/T_c = 0.6891$ （对应密度比为 50）； $A = 1.2$ 。同时，液体的界面张力系数（ $\sigma = 0.016$ ）和饱和密度/压力（ $\rho_{Liquid} = 0.363$ ）通过单独计算圆形和平直界面的静态条件获得。具体过程参见文献[13]、[14]。

2 计算参数与结果

作为 LBM 方法的验证，以及作为双气泡干扰的对比，图 1 显示了 2D 单气泡膨胀过程。其中采用 3500×3500 均匀网格。本文对两种气泡初始直径， $R_0 = 20$ 和 25，情况进行了模拟。其中“远场”边界为固定密度（压力）低于介质饱和蒸汽压 0.5%。以上计算参数的选取基于以下两个考虑。第一，边界区域需要足够大以消除反射压力波的影响。第二，初始状态需要尽量接近于平衡状态，以使前期计算获得的饱和蒸汽压等参数适用于当前状态。



根据对 $\mathbf{F}$ 的观察，我们可以得到其两种等价的数学表达式： $\mathbf{F}_1 = 2\psi\nabla\psi$, $\mathbf{F}_2 = \nabla\psi^2$ 。文献[11]中采用了一个调节参数， A ，以获得精确的状态方程曲线： $\mathbf{F} = A\mathbf{F}_2 + (1 - 2A)\mathbf{F}_1$ 。基于此我们可以获得标准的格子 Boltzmann 控制方程：

图 1 单气泡条件下 LBM 预测与理论结果的对比。其中初始条件（IC）测量位置以箭头标出。方程（1）结果以四阶 Runge-Kutta 方法计算。

为了与理论结果相比较，远场压力、气泡内的压力（ $p_B = p(\rho_B) - p(\rho_{sat})$ ）均根据实际计算结果实测获得。这些参数被用于 PRE 的计算。对于 PRE 的计算，我们采用了四阶 Runge-Kutta 方法。方程中所需的初始条件， R_0 和 dR_0/dt ，通过测量 $t = 180$ 时刻（格子单位）状态获得。单气泡模拟结果（图 1）显示，LBM 模拟结果与经典方程预测结果吻合；从而验证了该方法的正确性。在此，我们应该指出，PRE 方程应该在任意单位下均能满足，包括本文中采用的格子单位。

对于多气泡情况而言，文献[3]基于势流理论提出了公式（4.6）（下文记为 MB 方程）。对于单气泡、不考虑粘性情况，MB 方程和方程（1）给出了相同的形式。而 MB 方程中，气泡间相互作用分为两部分： $V^2/2$ 和

$$\sum_{k \neq i} (\ddot{R}_k R_k + \dot{R}_k^2) \ln \left(\frac{r_{\infty}}{d} \right)$$

其中第一项表示当地气泡的迁移作用；而第二项表示周围气泡膨胀过程的压力干扰。式中 d 表示第 k 个气泡与当地气泡（第 i 个气泡）的距离。这两项可以看成是 PRE 的附加压力项。我们暂时（未经严格推导）将此两项和 PRE 方程耦合，因而可以得到考虑粘性和表面张力作用的多气泡动力学方程：

$$(R_i \ddot{R}_i + \dot{R}_i^2) \ln \left(\frac{r_{\infty}}{R_i} \right) - \frac{\dot{R}_i^2}{2} - \frac{2\mu}{\rho R_i \dot{R}_i} + \frac{\sigma}{R_i \rho} = \frac{p_B - p_{\infty}}{\rho} + \frac{V^2}{2} - \sum_{i \neq k} (\ddot{R}_k R_k + \dot{R}_k^2) \ln \left(\frac{r_{\infty}}{d} \right) \quad (3)$$

其中，气泡中心位置， $\mathbf{r}_i$ ，满足方程微分

$$(4) \quad \frac{d}{dt} |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k| :$$

$$\ddot{r}_i = \frac{-2\dot{R}_i V_i}{R_i} + \sum_{i \neq k} \frac{n_{ki}(\ddot{R}_k R_k + \dot{R}_k^2)}{d}, V_i = \dot{r}_i \quad (4)$$

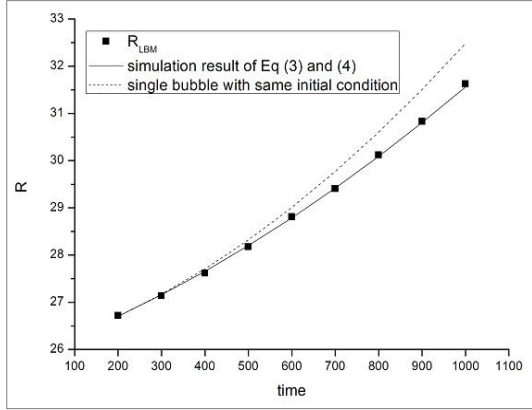


图2 等尺度气泡膨胀过程。 $R_{01}=R_{02}=25$, $d_0=160$ 。 R_{LBM} 表示 LBM 模拟结果, 实线、虚线分别表示方程 (3)、(4) 和方程 (1) 模拟结果。

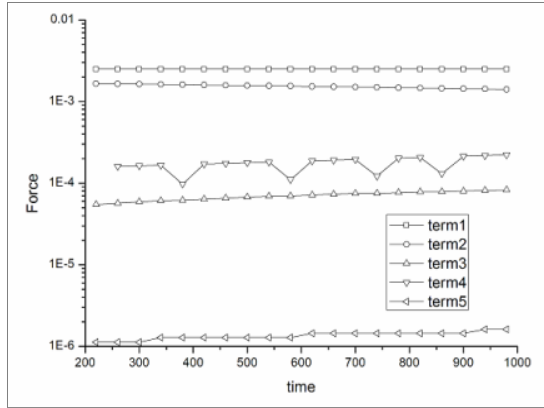


图3 等尺度气泡膨胀过程中各种力的演化过程。第一项: $(p_B - p_\infty)/\rho$, 第二项:

$$\sum_{i \neq k} (\ddot{R}_k R_k + \dot{R}_k^2) \ln\left(\frac{r_\infty}{d}\right), \text{ 第三项: } 2\mu\dot{R}_i/\rho R_i, \text{ 第四项: } V^2/2。$$

在此我们首先考虑最简单的状态: 两个等尺度气泡的相互作用 ($i, k=1, 2$)。图2中, 公式 (3)、(4) 的预测结果与 LB 方法模拟获得的结果做了比较, 其中 $d_0=160$, $R_{01}=R_{02}=25$ 。初始条件($R_0, \dot{R}_0$)由 LB 方法在 $t=180$ 时的计算结果测量得到, 其中气泡的初始迁移速度 V_1 ($\sim V_2$) 也通过测量获得。图2显示了, 两个气泡的相互干扰, 抑制了气泡的膨胀速度。同样的, 我们也对 $d_0=60, 100, 280$ 等情况进行了测试。计算结果与前述相同, 理论分析与数值模拟结果的误差在 1% 以内。因此修正方程与 LB 模拟的正确性获得了验证。图3显示了气泡膨胀过程中, 各种力的演化:

$$\frac{p_\infty - p_B}{\rho} \approx 2.5 \times 10^{-3}, \quad \frac{\sigma}{R_i \rho} \approx 1.6 \times 10^{-3},$$

$$\sum_{k \neq i} (\ddot{R}_k R_k + \dot{R}_k^2) \ln\left(\frac{r_\infty}{d}\right) \approx 2 \times 10^{-4},$$

$$2\mu/\rho R_i (dR_i/dt) \approx 7.6 \times 10^{-5},$$

$$V^2/2 \approx 1.3 \times 10^{-3}。显而易见, (p-p_B)/\rho 和$$

$\sigma/R_i \rho$ 两项的作用最为重要。而同时, 粘性与相

邻气泡的压力作用不可忽略。同时, 从本文的模拟结果看, 表面张力与粘性作用也在气泡膨胀过程中起重要作用, 这与传统的气泡动力学理论相符。在两个“相互干扰”项中, 迁移作用相对较小, 这是因为在本文的参数框架下, 气泡的迁移速度仅为 10^{-3} 。

我们进一步对非等尺度双气泡发展过程进行了研究。此时两个气泡的初始半径设定为: $R_{01}=25$ 和 $R_{02}=20$ 。其间距 $d_0=60 \sim 200$ 。典型的膨胀过程如图4所示。数值模拟清晰的显示了气泡的变形: 小气泡的“溃灭”使较大气泡在一个阶段呈“滴”状外形。此后较大气泡的尖端迅速收回——这一过程表现为实验照片中的“运动模糊”[3]。作为定量分析, 我们定义等效半径: $\sqrt{A_B/\pi}$, 其中 A_B 为模拟获得的气泡面积。

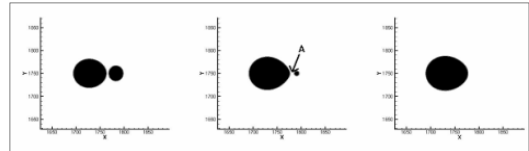


图4 非等尺度气泡相互作用。 $R_{01}=25$ (左侧气泡), $R_{02}=20$ (右侧气泡)。 $d_0=50$, $t=800, 1100, 1200$ (从左至右)

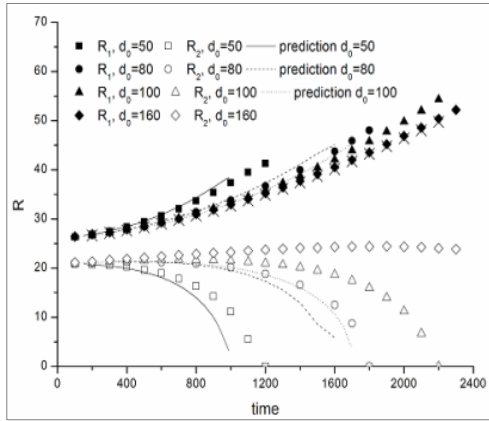


图 5 非等尺度气泡膨胀过程。(实心符号: $R_0=25$, 空心符号: $R_0=20$). $\square$: $d_0=50$, $\circ$: $d_0=80$, Δ : $d_0=100$, $\diamond$: $d_0=160$. $\times$: 公式 (1) 计算获得的 $R_0=25$ 单气泡结果。实、虚线分别表示公式 (3)、(4) 获得的相应参数条件下的非等尺度气泡运动结果)

图 5 显示了初始间距对气泡膨胀过程的影响。其中, 对于单气泡 ($R_0=25$) 的理论分析以“ $\times$ ”标出。该图显示了如下几点现象。首先, 与较大气泡 (或者气泡) 行为不同的是, 小气泡 ($R_0=20$) 最终溃灭。而相对于单气泡而言, 大气泡的膨胀速率变大。其加快的幅度随着气泡间距 (d_0) 的增大而减小。而另一方面, 结果显示间距对较小气泡的发展更为显著。当 $d_0>100$ 时, R_1 的变化几乎和单气泡条件下相同, 而 R_2 则最终“消失”。更进一步的对于较小气泡生存时间, T_2 , 的统计如表 1 所示: 它近似与气泡初始间距成正比。

表 1 气泡初始间距 (d_0) 与小气泡生存时间 (T_2) 关系

d_0	T_2
50	~1200
80	~1800
100	~2200
120	~2600
160	~3500

本文中, 由于计算域尺寸的限制, 未对更大的气泡初始间距情况进行模拟。在 $d_0=160$ 的情况下, 较小气泡 ($R_0=20$) 在略作膨胀以后发生溃灭, 但我们相信当我们进一步增加初始间距时, 两个气泡会同时膨胀, 并最终发生合并 (至少在数值结果上会如此)。

3 结论

本文采用格子 Boltzmann 方法模拟了二维双自然空泡相互干扰现象。根据 PRE 方程, 本文进

一步在多气泡动力学方程中, 引入了表面张力和粘性相互作用。LBM 方法的适用性和修正 MB、PRE 方程的正确性则通过两者预测结果的相互对比可以获得验证。

对于两个等尺度气泡膨胀过程, 气泡相互干扰抑制了其膨胀速度。而对于两个不等尺度气泡的膨胀, 小气泡最终溃灭, 而大气泡相对于同等初边值条件情况下的单气泡而言, 其膨胀速度有所提高。同时, LBM 模拟获得的小气泡的生存时间较 MB 方程预测的要短。其原因可能是因为大气泡在膨胀过程中发生了变形。小气泡的运动过程对干扰更加敏感, 其生存时间与两气泡间的距离成正比。

参考文献

- 1 LU C-J, HE Y-S. Numerical and experimental research on cavitating flows. In Zhuang F-G and Li J-C Ed. New trends in fluid mechanics research: ICFM-5, Shanghai, 2007-08-15~19. Peking: Tshinghua Univ. Press, China, 2007. 45~52.
- 2 ROOD E. Review - Mechanics of cavitation inception. J. Fluids Eng., 1991, 113:163~175.
- 3 Quinto-Su P. and Ohl L. Interaction between two laser-induced cavitation bubbles in a quasi-two-dimensional geometry. J. Fluid Mech., 2009, 633: 425-435.
- 4 Zwan E, Gac S., Tsuji K, and Ohl C. Controlled cavitation in microfluidic systems. Phys. Rev. Lett., 2007, 98: 254501.
- 5 Ida M. Multibubble cavitation inception. Phys. Fluids, 2009 21: 113302.
- 6 Chen S-Y and Doolen G. Lattice Boltzmann method for fluid flows. Ann. Rev. Fluid Mech., 1998, 30: 329~364.
- 7 Aidun C, Clausen J. Lattice-Boltzmann for complex flows. Annu. Rev. Fluid Mech, 2010, 42: 439~472.
- 8 Shan X-W and Chen H-D. Lattice Boltzmann model for simulating flows with multiple phases and components. Phys. Rev. E., 1993, 47: 1815~1819.
- 9 Swift M, Osborn M, and J. Yeomans. Lattice Boltzmann simulation of nonideal fluids. Phys. Rev. E, 1995, 75: 830~834.
- 10 Yuan P and Schaefer L. Equations of state in lattice Boltzmann model. Phys. Fluids, 2006, 18: 042101.
- 11 Kupershtokh A, Medvedev D, Karpov D. On equations of state in a lattice Boltzmann method. Comput. Math. Appl., 2009, 58: 965~974.
- 12 Zhang R-Y, Chen H-D. Lattice Boltzmann method for simulations of liquid-vapor thermal flows. Phys. Rev. E., 2003, 67: 066711.
- 13 Chen X-P, Zhong C-W, Yuan X-L, Lattice Boltzmann simulation of cavitating bubble growth with large density ratio. Comput. Math. Appl., 2011, 61: 3577~3584.

DUAL BUBBLES INTERACTION SIMULATION BY LATTICE BOLTZMANN METHOD

CHEN Xiao-Peng

(School of Mech., Civil Engineering and Archit., Northwest. Polytech. Univ., Xi'an, Shaanxi, 710072, P.R. China)

Abstract Multiple bubbles growth is very different from that of a single bubble when they interact with each other. The growth of both equal and unequal bubbles is simulated by lattice Boltzmann method. For a pair of identical bubbles, the growth of the bubbles is suppressed by the interaction. The multiple bubbles growth equation (by Quinto-Su and Ohl, J. Fluid Mech., 633, 425-435 (2009)) is validated. The coupling of interfacial and viscous forces into the equations agrees with the simulation results. For the unequal bubble pairs, the smaller bubble will collapse, and the larger bubble growth will be accelerated by the shrinking of the smaller one. The lifetime of the smaller bubble is found to be linearly proportional to the distance due to strong interaction.

Key words Bubble dynamics, interaction, lattice Boltzmann methods