



CSTAM 2012-B03-0206

## 可压缩混合层的湍流噪声与时空关联

李 栋, 郭 力, 张 星, 何国威

中国科学院力学研究所非线性力学国家重点实验室

第七届全国流体力学学术会议

2012年11月12—14日 广西·桂林

# 可压缩混合层的湍流噪声与时空关联<sup>1)</sup>

李 栋, 郭 力, 张 星, 何国威<sup>\* 2)</sup>

<sup>\*</sup>(中国科学院力学研究所非线性力学国家重点实验室, 北京 100190)

**摘要** 本文通过直接数值模拟研究了三维可压缩混合层产生的噪声及脉动速度的时空关联。发现空间发展混合层产生的噪声强度具有明显的方向性, 结合流场显示可以发现大尺度涡结构演化形成的高强度声波。本文进一步计算了混合层速度的时空自关联函数, 并与实验数据对比, 证实了流向和法向速度的时空关联具有明显的不同的拉伸方向。为进一步研究流场和声场的关系, 我们还根据 Lighthill 声学比拟理论, 得到了声源的分布, 并结合流场显示, 比较了 Lighthill 应力张量各项对声源的贡献。

**关键词** 时空关联; 可压缩; 混合层; 湍流噪声; 直接数值模拟

## 引 言

混合层由两层速度不同的流体组成, 很多实际流动的局部区域可以简化为混合层, 比如混合层是射流的重要组成部分。Sandham<sup>[1]</sup>直接数值模拟了不同马赫数下的时间发展可压缩混合层, 低马赫数下不稳定波的发展与不可压缩流动相似, 高马赫数下流动不稳定性的发展由斜波主导。Vreman<sup>[2]</sup>研究了可压缩性对混合层的影响, 发现马赫数为 1.2 时, 小激波结构并不显著。Freund<sup>[3-4]</sup>系统研究了圆混合层的可压缩效应。

混合层作为基本模型用于研究湍流噪声的产生与大尺度涡结构的关系及噪声的计算。

Colonius<sup>[5]</sup>用直接数值模拟方法计算了二维可压缩混合层的流场与部分噪声场。数值模拟得到的声场与通过 Lilley 的声学分析得到的声场相符合, 并且通过对声源不同部分的分解发现有些声源项虽然显著, 它们的组合产生的噪声可以忽略, 这源于噪声的相消机制。Wei<sup>[6]</sup>研究了二维混合层的噪声控制。Fleury<sup>[7]</sup>通过 PIV 测量

射流的速度场, 并得到射流中混合层结构的二阶时空自关联函数。Lui<sup>[8]</sup>通过直接数值模拟研究了激波与混合层湍流相互作用产生的噪声。Bodony<sup>[9]</sup>通过大涡模拟计算了可压缩混合层的流场并得到远场噪声。本文将通过对三维可压缩混合层的数值模拟, 研究混合层噪声的特性及脉动速度的时空关联。

## 1 数值方法

### 1.1 控制方程和参数

本文直接数值模拟三维可压缩流动方程, 无量纲化后的控制方程的形式为

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j + p \delta_{ij}) = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j},$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \frac{\partial}{\partial x_j} [(\rho E + p) u_j] = -\frac{\partial q_j}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i \tau_{ij}).$$

\\* MERGEFORM

表 1 数值模拟参数

雷诺数	马赫数 <sub>下层</sub>	马赫数 <sub>上层</sub>	粘性系数	Pr
0	M=1.2	M=0.0	T^0.666	0.70

### 1.2 离散方法

1) 基金资助项目: U1230126, 11072247, 11021262

2) Email: hgw@lnm.imech.ac.cn

根据混合层的流动特性，我们在流向和法向采用拉伸的结构网格，并使用优化的六阶紧致差分<sup>[10]</sup>进行离散，而展向采用均匀网格，使用谱方法得到网格点上的导数。

定义物理空间到计算空间的网格拉伸关系为  $x_i = x_i(s)$  ( $i=1,2$ ，分别为流向和法向)，

则一阶导数和二阶导数为

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial x_i} &= \frac{\partial f}{\partial s} \frac{ds}{dx_i} = \frac{\partial f}{\partial s} \frac{1}{\frac{dx_i}{ds}}, \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} &= \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{1}{\frac{dx_i}{ds}} \frac{\partial f}{\partial s} \right) \frac{ds}{dx_i} = \frac{\frac{dx_i}{ds} \frac{\partial^2 f}{\partial s^2} - \frac{\partial f}{\partial s} \frac{d^2 x_i}{ds^2}}{\left( \frac{dx_i}{ds} \right)^2} \frac{ds}{dx_i} \quad \backslash * \text{MERG} \\ &= \frac{1}{\left( \frac{dx_i}{ds} \right)^2} \frac{\partial^2 f}{\partial s^2} - \frac{\frac{d^2 x_i}{ds^2}}{\left( \frac{dx_i}{ds} \right)^2} \frac{\partial f}{\partial s}. \end{aligned}$$

非均匀网格方向采用优化六阶紧致差分求解一阶导数和二阶导数

$$\begin{aligned} &f'_i + \alpha(f'_{i+1} + f'_{i-1}) + \beta(f'_{i+2} + f'_{i-2}) \\ &= a \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h} + b \frac{f_{i+2} - f_{i-2}}{4h} + c \frac{f_{i+3} - f_{i-3}}{6h}, \\ &f''_i + \alpha(f''_{i+1} + f''_{i-1}) + \beta(f''_{i+2} + f''_{i-2}) \quad \backslash * \text{MERG} \\ &= a \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{h^2} + b \frac{f_{i+2} - 2f_i + f_{i-2}}{4h^2} \\ &\quad + c \frac{f_{i+3} - 2f_i + f_{i-3}}{9h^2}. \end{aligned}$$

展向为均匀网格，采用傅里叶谱方法求解一阶导数及二阶导数，所用物理量均储存在物理空间，当需要求导数时，通过快速傅里叶变换得到谱空间的系数，在谱空间求导并变换回物理空间，下面公式是离散傅里叶正变换、逆变换及导数的求解公式

$$\begin{aligned} \hat{f}_k &= \frac{1}{N_z} \sum_{n=0}^{N_z-1} f_n \exp\left(-\frac{2\pi i k n}{N_z}\right), \\ f_n &= \sum_{k=-N_z/2}^{N_z/2-1} \hat{f}_k \exp\left(\frac{2\pi i k n}{N_z}\right), \quad \backslash * \text{MERGEFORMA} \\ \frac{df}{dz} \Big|_n &= \frac{2\pi}{L_z} \sum_{k=-N_z/2}^{N_z/2-1} (ik) \hat{f}_k \exp\left(\frac{2\pi i k n}{N_z}\right), \\ \frac{d^2 f}{dz^2} \Big|_n &= \left(\frac{2\pi}{L_z}\right)^2 \sum_{k=-N_z/2}^{N_z/2-1} (-k^2) \hat{f}_k \exp\left(\frac{2\pi i k n}{N_z}\right). \end{aligned}$$

时间推进采用低耗散低色散的四阶龙格-库塔方法，具体方法可以参考 Stanescu<sup>[11]</sup>。

### 1.3 边界条件

混合层的展向为周期性边界条件，法向的上下两个边界要防止声波的反射，我们采用缓冲区吸收边界的方式，在边界附近加入有厚厚度的吸收层，使方程的解逐渐过渡到参考解，参考解通过求解二维定常边界层方程得到，吸收层形式如公式所示：

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{Q}}{\partial t} &= \text{Navier\_stokes terms} \\ &\quad - \underbrace{\sigma_y(y) (\bar{Q} - \bar{Q}_{ref,y}(x,y))}_{\text{sponge term in } y\text{-direction}}. \quad \backslash * \text{MERGEFORMAT (1.5)} \end{aligned}$$

流向的边界分为入口和出口，入口需要描述流入的混合层平均速度，还需要加入扰动用以激发湍流转捩，并尽量消除声波的反射。入口边界的处理与法向边界处理形式上相同，如公式所示：

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{Q}}{\partial t} &= \text{Navier\_stokes terms} \\ &\quad - \underbrace{\sigma_x(x) (\bar{Q} - \bar{Q}_{ref,x}(x,y,z,t))}_{\text{sponge term in } x\text{-direction}}. \quad \backslash * \text{MERGEFORMAT (1.6)} \end{aligned}$$

由于有涡结构从出口通过，所以出口防止声波的反射非常困难，我们在出口加入超音速人工对流项，防止声波向流场区域的反射。

$$\frac{\partial \bar{Q}}{\partial t} = \text{Navier Stokes terms} - \underbrace{U_c(x) \frac{\partial \bar{Q}}{\partial x}}_{\text{convection term}} \quad \backslash * \text{MERGEFORMAT (1.7)}$$

## 2 结果和讨论

### 2.1 湍流噪声

声场强度沿流向具有明显的方向性，靠近上游的一段噪声强度变化缓慢，基本上是相同的，靠近下游的一段变化非常迅速，噪声强度增加显著，这主要是大尺度结构产生的马赫波导致的。

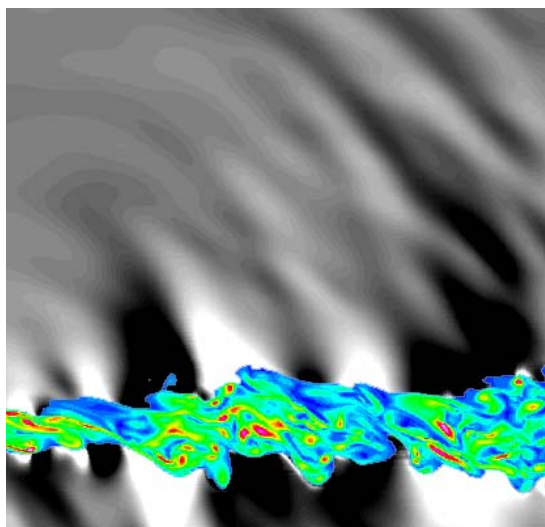


图1 湍流的涡量场及噪声场

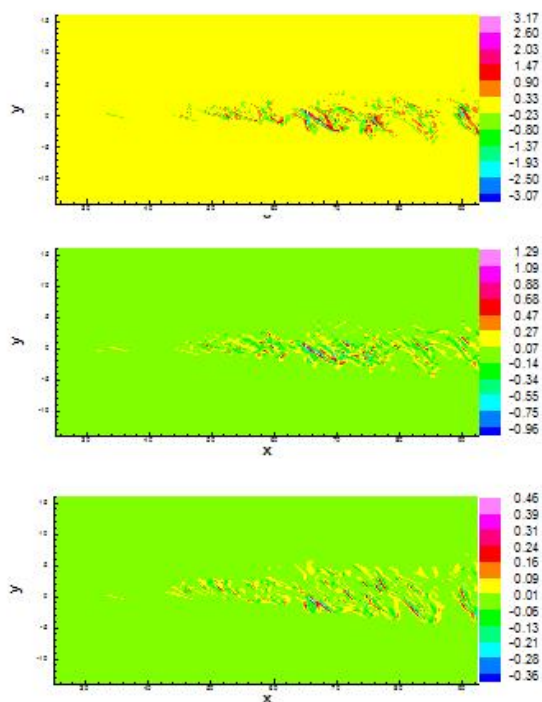


图2 声源分析

Lighthill 的声学比拟理论<sup>[12]</sup>在可压缩流动

中的表达式为

$$\left( \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) [c_0^2 (\rho - \rho_0)] = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j}, \quad \backslash * \text{MERGEFORM}$$

$$T_{ij} = \rho v_i v_j + \left[ (p - c_0^2 \rho) + (p_0 - c_0^2 \rho_0) \right] \delta_{ij} - \sigma_{ij}.$$

图2分别画出了三个典型声源分量在流场中的强度，这三个量分别为

$$\frac{\partial(\rho u u)}{\partial x^2}, \frac{\partial(\rho u v)}{\partial x \partial y}, \frac{\partial(p - c_0^2 \rho)}{\partial x^2}.$$

第一项的强度最大，第三项与可压缩相关，虽然强度较小，仍然不可忽略，具体各项对远场噪声强度的影响还需要考虑噪声的相消机制。

### 2.2 时空关联

远场噪声强度与湍流的四阶能谱密度张量相关，而四阶能谱密度张量是时空关联的傅里叶变换，通过研究速度时空关联的特性，可以帮助我们认识远场噪声与声源的联系。

$$I_\omega(\mathbf{x}) = \frac{\pi \omega^4 \rho_0}{2c_0^5} \frac{x_i x_j x_k x_l}{x^6}$$

$$\int H_{ijkl} \left( \mathbf{y}', \frac{\omega \mathbf{x}}{c_0}, \omega(1 - M_c \cos \theta) \right) d\mathbf{y}', \quad \backslash * \text{MERGEFORMAT}$$

$$H_{ijkl}(\mathbf{y}', \mathbf{k}, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^4}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int e^{i(\omega\tau - \mathbf{k}\cdot\boldsymbol{\xi})} R_{ijkl}(\mathbf{y}', \boldsymbol{\xi}, \tau) d\boldsymbol{\xi} d\tau.$$

混合层速度的二阶时空自关联函数定义为

$$R_{ii}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, \tau) = \frac{\overline{u'_i(\mathbf{x}, t) u'_i(\mathbf{x} + \boldsymbol{\xi}, t + \tau)}}{u_i(\mathbf{x}) u_i(\mathbf{x} + \boldsymbol{\xi})}. \quad \backslash * \text{MERGEFORMAT} \quad (1.10)$$

其中  $u_i$  为脉动速度的均方根。

图3为混合层中心脉动速度的二阶时空自关联函数，可以看到时空关联函数具有明显的两个拉伸方向，这与实验观测是一致的。

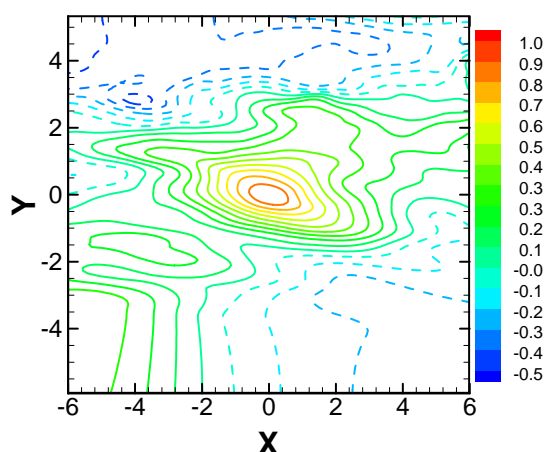


图3 流向速度的二阶时空自关联

### 3 结论

本文数值模拟了三维湍流混合层及近场噪声，并计算了远场噪声。该程序具有时间和空间的高精度、低耗散特性，使用的吸收边界处理方法可以有效防止声波在计算边界的反射，可以大规模耦合求解湍流场和噪声场。结合流场显示可以发现具有明显方向性的马赫波，远场噪声在流场下游附近明显增强。本文还计算了混合层速度的二阶时空自关联函数，根据 Lighthill 声学比拟理论，得到声源项不同部分在流场中的分布。

### 参考文献

1 Sandham ND, Reynolds WC. Three-dimensional simulations of large eddies in the compressible mixing layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 1991, 224: 133-158

2 Vreman AW, Sandham ND, Luo KH. Compressible mixing layer growth rate and turbulence characteristics. *Journal of Fluid Mechanics*, 1996, 320: 235-258

3 Freund JB, Lele SK, Moin P. Compressibility effects in a turbulent annular mixing layer. Part 1. Turbulence and growth rate. *Journal of Fluid Mechanics*, 2000, 421: 229-267

4 Freund JB, Moin P, S.K. Lele, Compressibility effects in a turbulent annular mixing layer. Part 2. Mixing of a passive scalar. *Journal of Fluid Mechanics*, 2000, 421: p. 269-292.

5 Colonius T, Lele SK, Moin P. Sound generation in a mixing layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 1997, 330: 375-409

6 Wei MJ, Freund JB. A noise-controlled free shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 2006, 546: 123-152

7 Fleury V, et al. Space-time correlations in two subsonic jets using dual particle image velocimetry measurements. *AIAA Journal*, 2008, 46(10): 2498-2509

8 Lui CCM. A numerical investigation of shock-associated noise. California: Stanford university, 2003

9 Bodony DJ. Aeroacoustic prediction of turbulent free shear flows. California: Stanford university, 2004

10 Lele SK. Compact finite-difference schemes with spectral-like resolution. *Journal of Computational Physics*, 1992, 103(1): 16-42

11 Stanescu D, Habashi WG. 2N-storage low dissipation and dispersion Runge-Kutta schemes for computational acoustics. *Journal of Computational Physics*, 1998, 143(2): 674-681

12 Lighthill MJ. On sound generated aerodynamically .1. General theory. *Proceedings of the Royal Society of London Series a-Mathematical and Physical Sciences*, 1952, 211(1107): 564-587

## SPACE-TIME CORRELATION AND NOISE CALCULATING IN THREE-DIMENSIONAL COMPRESSIBLE MIXING LAYER TURBULENCE

LI Dong, GUO Li, ZHANG Xing, HE Guowei<sup>1</sup>

(1 The State Key laboratory of Nonlinear Mechanics, Beijing 100190, China)

**Abstract** We investigate turbulent noise and space-time correlation by solving the three-dimensional compressible Navier-Stokes equations directly. We find the directional characteristic of sound power level. The high intensity sound waves are generated by large-structure vortex from flow visualization. We calculate the space-time velocity autocorrelation function and compare with experiments. The results confirm the different stretching directions of streamwise and transverse correlations. To investigate the relationship of flow field and

1) 基金资助项目: U1230126, 11072247, 11021262  
2) Email: hgw@lnm.imech.ac.cn

sound noise, we compare different components in Lighthill stress tensor by flow visualization of sound source filed.

**Key words** space-time correlation, compressible, mixing layer, turbulent noise, direct numerical simulation