

# 水平层状介质条件下的井地电磁场响应计算

曹 辉\*<sup>①</sup> 王绪本<sup>①</sup> 何展翔<sup>②</sup> 毛立峰<sup>①</sup> 吕东伟<sup>①</sup>

(<sup>①</sup>成都理工大学地球探测与信息技术教育部重点实验室,四川成都 610059; <sup>②</sup>东方地球物理公司,河北涿州 072750)

曹辉,王绪本,何展翔,毛立峰,吕东伟. 水平层状介质条件下的井地电磁场响应计算. 石油地球物理勘探, 2012, 47(2): 338~343

**摘要** 本文以垂直电偶极子矢量磁位的 Sommerfeld 积分表达式为基础,导出各含源层垂直分段电流源的电磁场沿导线方向的积分计算公式,进而得到各垂直分段电流源的电磁场。对各分段电流源的地面电磁响应进行叠加即可得到其井地电磁响应,从而将一维井地电磁正演问题简化为计算层状介质中垂直有限长电流源的地面电磁场问题。文中给出的算例验证了结果的可靠性,并与常规有限长电流源离散成多个小电偶极子源的近似方法计算时间及计算精度进行了对比,结果验证了算法的可靠性和高效性。

**关键词** 井地电磁法 垂直有限长电流源 层状介质 垂直电偶极子 正演

**中图分类号**:P631 **文献标识码**:A

## 1 引言

井地电磁法是一种使用井中激励电磁波,地面接收电磁响应的勘探方法<sup>[1]</sup>。Tseng<sup>[2]</sup>使用井中发射电磁波、地面接收电磁场的装置,往地下约 30m 深度注入盐水,分别观测注水前、后地面的电磁场变化,通过数据处理、解释,成功地获得了介质电导率异常,完成了地下流体监测工作。Tseng 认为,这种测量方法对地下介质电导率异常反映灵敏,若在一个单井中激励电磁信号,地面上布置一条或多条测线,可将此种测量地面电磁响应的方法称为 VEMP (Vertical EM Profiling) 方法。由于电磁法的激励源类型很多,如磁偶极子、垂直电偶极子或长直导线源等,激励信号可以是时间域也可以是频率域,故 VEMP 可以有很多分支。与井中直流充电地面测量的直流井地电法<sup>[3,4]</sup>相比,井地电磁法具有勘探区域大、没有高阻屏蔽现象等优势,因而具有更广阔的应用前景。自 20 世纪 90 年代该技术由俄罗斯引入我国以来,在很多油田进行过实验与应用<sup>[5,6]</sup>,均取得了一定效果。但是应该看到,对于井地电磁法相关理论研究不足,导致正、反演与资料解释方法至

今没有突破性进展,限制了该项技术在中国的推广与应用。

本文研究频率域井地电磁一维正演计算方法,将激励源模型简化为层状介质中的垂直有限长导线电流源,其井地电磁响应即是地层中的垂直有限长导线源在地面的电磁响应。至今人们对这种激励源的研究还很少,传统的解法有两类:一类是使用远场信号,不采集或不使用近源区的数据,其本质是将远源区的场视为垂直电偶极子 (Vertical Electrical Dipole, VED) 的场,这种做法未能利用近源区的信号,所得资料不能完全被利用;另一类是采用传统的离散导线源组成多个 VED 源的方法,再叠加各 VED 的电磁场作为垂直有限长电流源的电磁场的近似,这种离散近似计算方法大大增加了计算时间,计算精度也不高,导致井地电磁实际资料反演解释出现很多问题。为计算地面任意长度的导线电流源的电磁响应, Kauahikaua<sup>[7]</sup>首次推导了沿导线积分计算方法的电磁场解析表达式。遗憾的是,对地下层状介质中的垂直有限长度导线源而言,垂直方向上没有类似水平电流源的源点与场点之间的求导关系,不能采用 Kauahikaua 的积分方案实现地层中垂直有限长电流源场的计算。为此,本文提出了在各

\* 四川省成都市成都理工大学地球探测与信息技术教育部重点实验室,610059。Email: caohui@cdut.edu.cn

本文于 2010 年 8 月 25 日收到,最终修改稿于 2012 年 1 月 10 日收到。

国家石油科技重大专项专题项目(2008ZX05019-007-006HZ)、四川省创新团队资助计划(KYTD201002)及成都理工大学地球探测与信息技术教育部重点实验室开放研究课题(KHW001)。

含源层段内分别解析计算沿导线积分项的方法,再叠加以得到地面电磁场水平分量,实现了高精度、快速的正演模拟计算;给出了层状介质的正演结果,并与离散近似计算方法在计算时间和计算精度方面进行了对比,验证了本文方法的可靠性和高效性。

## 2 理论公式推导

图 1 为地下  $N$  层水平均匀导电介质模型的井地电磁工作方法示意图,上、下供电电极分别位于井中  $A$  点和  $B$  点,设供电设备位于地面井口  $O$  处,  $\overline{AB}$  与水平地层方向垂直,对交流电而言,两个垂直供电导线的重叠段  $\overline{OA}$  的电流是反向的,其影响可以抵消,因而整个装置的激励源可以等效为  $\overline{AB}$  段的线电流源,进而井地电磁响应的计算问题等效为地下垂直有限长电流源  $\overline{AB}$  的地面电磁场计算问题。图中假定整个空间介质磁导率取为真空磁导率  $\mu_0$ ,电导率和介电常数分别为  $\sigma_i$  和  $\epsilon_i$  ( $i=1,2,\dots,N$ ),  $\epsilon_0$  和  $\sigma_0$  表示空气介电常数和电导率。取地面为直角坐标系的  $xOy$  面,  $z$  坐标轴取为垂直有限长电流源所在直线,并指向地下,  $h_1$  和  $h_2$  分别对应电流源的两个电极的  $z$  向深度坐标,即直导线电流源的上、下两个端点坐标为  $A(0,0,h_1)$  和  $B(0,0,h_2)$ ,其上供以均匀谐变电流  $I=I_0 e^{i\omega t}$ ,  $\omega$  为角频率。各层界面纵向坐标为  $z_j$  ( $j=1,2,\dots,N$ ),  $z_0=0$  表示地面。井地电磁法在地面测量电磁场响应,假定垂直有限长导线分别在地下从  $S_A$  到  $S_B$  个地层中,用  $h_{1S}$  和  $h_{2S}$  分别表示第  $S$  ( $S_A \leq S \leq S_B$ ) 个分段导线的上、下端点的  $z$  坐标,则地面总电磁场  $\mathbf{F}(z=0)$  可视为由各分段导线源的地面响应  $\mathbf{F}_S(z=0)$  的叠加,而

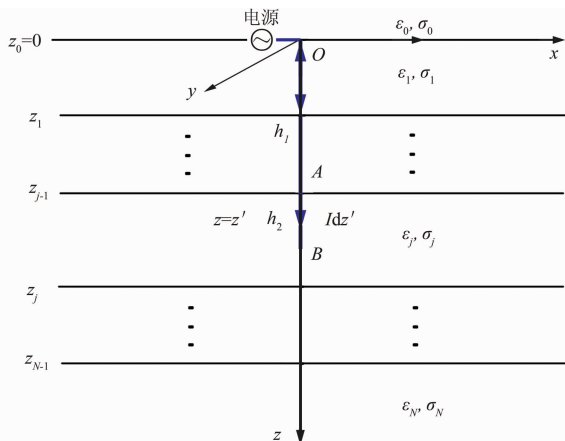


图 1 水平均匀层状介质模型中的垂直有限长电流源示意图

$\mathbf{F}_S(z=0)$  则是第  $S$  个分段上电偶极矩为  $\mathbf{M}=Idz' \mathbf{e}_z$  的 VED 的电磁场  $\mathbf{F}_S^{\text{VED}}(z')$  沿分段导线方向积分,即

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(z=0) &= \sum_{S=S_A}^{S_B} \mathbf{F}_S(z=0) \\ &= \sum_{S=S_A}^{S_B} \int_{h_{1S}}^{h_{2S}} \mathbf{F}_S^{\text{VED}}(z', z=0) dz' \end{aligned} \quad (1)$$

根据这一思路,文中以地层中 VED 场为基础,重点研究式(1)中沿导线方向积分式的解析展开方法,进而得到整个垂直有限长电流源的地面响应。

### 2.1 水平均匀层状介质中垂直电偶极子的电磁场

引入矢量磁位  $\mathbf{A}$ , 电磁场与矢量磁位的关系可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{A} \\ \mathbf{E} = -i\omega\mu_0 \mathbf{A} + \frac{1}{\hat{\sigma}} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}) \end{cases} \quad (2)$$

其中,  $\hat{\sigma} = \sigma + i\omega\epsilon$  指电导率为  $\sigma$ 、介电常数为  $\epsilon$  的介质的复电导率。设图 1 所示的垂直有限长线电流源上的小垂直电偶极子源  $Idz'$  位于第  $j$  层、深度为  $z'$  处。考虑到问题的轴对称性,垂直电偶极子只产生 TM 波,介质中矢量磁位  $\mathbf{A}^{\text{VED}}$  仅含  $z$  分量,即  $\mathbf{A}^{\text{VED}} = A_z^{\text{VED}} \mathbf{e}_z$ , 第  $j$  层的磁位  $A_z^{\text{VED}}$  可写成

$$\begin{aligned} A_z^{\text{VED}} &= \frac{Idz'}{4\pi} \int_0^\infty [C_j(\lambda, z') e^{u_j(z-z_j)} + D_j(\lambda, z') \times \\ &\quad e^{-u_j(z-z_{j-1})} + e^{-u_j|z-z'|}] \frac{\lambda}{u_j} J_0(\lambda r) d\lambda \end{aligned} \quad (3)$$

其中:  $C_j(\lambda, z')$  和  $D_j(\lambda, z')$  为待定系数;  $\lambda$  为积分变量;  $J_0$  为零阶 Bessel 函数;  $r$  是观测点径向坐标;  $u_j = \sqrt{\lambda^2 - k_j^2}$ ,  $k_j$  是第  $j$  层介质对应的波数。则地下介质第  $i$  层中的磁位可写为

$$\begin{aligned} A_z^{\text{VED}} &= \frac{Idz'}{4\pi} \int_0^\infty [C_i(\lambda, z') e^{u_i(z-z_i)} + D_i(\lambda, z') \times \\ &\quad e^{-u_i(z-z_{i-1})} + \delta_{i,j} e^{-u_i|z-z'|}] \frac{\lambda}{u_i} J_0(\lambda r) d\lambda \end{aligned} \quad (4)$$

其中,当  $i=j$  时,  $\delta_{i,j}=1$ , 否则为 0。式(4)是电偶极子源在第  $i$  层介质空间 ( $i=0,1,2,\dots,N$ ) 的磁位公式,当  $i=0$  时,表示空气层介质,此时,系数  $D_0(\lambda, z')$  为 0; 当  $i=N$  时,表示介质基底层,系数  $C_N(\lambda, z')$  为 0; 其他系数可由层界面的连续性条件得到,即在  $z=z_i$  的界面上,有

$$\begin{cases} A_z^{\text{VED}} \Big|_{z=z_i} = A_z^{\text{VED}} \Big|_{z=z_{i+1}} \\ \frac{1}{\hat{\sigma}_i} \frac{\partial A_z^{\text{VED}}}{\partial z_i} \Big|_{z=z_i} = \frac{1}{\hat{\sigma}_{i+1}} \frac{\partial A_z^{\text{VED}}}{\partial z_{i+1}} \Big|_{z=z_{i+1}} \end{cases} \quad (5)$$

再由式(2)得到柱坐标系下的水平方向的电、磁场分量

$$\begin{cases} E_r^{\text{VED}} = \frac{1}{\sigma_i} \frac{\partial^2 A_{zi}^{\text{VED}}}{\partial z \partial r} \\ H_{\phi}^{\text{VED}} = -\frac{\partial A_{zi}^{\text{VED}}}{\partial r} \end{cases} \quad (6)$$

将式(4)的磁位表达式代入式(6)中,得到微元  $dz'$  对应的水平场分量  $E_r$  和  $H_{\phi}$  的微分表达式,整理后为

$$dE_r^{\text{VED}} = -\frac{I dz'}{4\pi\sigma_i} \int_0^{\infty} [C_i(\lambda, z') e^{u_i(z-z_i)} - D_i(\lambda, z') \times e^{u_i(z-z_{i-1})} - \text{sign}(z-z') e^{-u_i|z-z'|}] \lambda^2 J_1(\lambda r) d\lambda \quad (7a)$$

$$dH_{\phi}^{\text{VED}} = \frac{I dz'}{4\pi} \int_0^{\infty} [C_i(\lambda, z') e^{u_i(z-z_i)} + D_i(\lambda, z') \times e^{-u_i(z-z_{i-1})} + \delta_{i,j} e^{-u_i|z-z'|}] \frac{\lambda^2}{u_i} J_1(\lambda r) d\lambda \quad (7b)$$

式中  $\text{sign}(z-z') = \begin{cases} 1 & z \geq z' \\ -1 & z < z' \end{cases}$ ,  $J_1$  为第一类 1 阶 Bessel 函数。

## 2.2 水平均匀层状介质中垂直有限长电流源的电磁场

根据式(7)给出的垂直电偶极子的电磁场响应微分表达式,按式(1)中的积分思路,即得到地下含源层中的垂直分段电流源产生的电磁响应表达式;将该积分表达式交换积分顺序后,其源项积分可解析展开,而待定系数积分项由层界面连续性条件得到的方程组求解得到,从而得到分段电流源的地面响应。也就是说,垂直有限长电流源的响应可由各含源层分段电流源的地面响应叠加得到。

### 2.2.1 垂直分段电流源场的表达式

假定 VED 位于分段电流源中的  $z'$  处,它产生的电磁场沿垂直导线方向的积分即为分段垂直电流源的电磁响应,第  $i$  层中的电磁场推导结果如下

$$E_{ri} = \int dE_{ri}^{\text{VED}} = \int_{h_{1S}}^{h_{2S}} \left\{ -\frac{I}{4\pi\sigma_i} \int_0^{\infty} [C_i(\lambda, z') e^{u_i(z-z_i)} - D_i(\lambda, z') e^{-u_i(z-z_{i-1})} - \delta_{i,j} \text{sign}(z-z') e^{-u_i|z-z'|}] \times \lambda^2 J_1(\lambda r) d\lambda \right\} dz' = \frac{I}{4\pi\sigma_i} \int_0^{\infty} \left[ -\int_{h_{1S}}^{h_{2S}} C_i(\lambda, z') dz' \times e^{u_i(z-z_i)} + \int_{h_{1S}}^{h_{2S}} D_i(\lambda, z') dz' e^{-u_i(z-z_{i-1})} + \delta_{i,j} \int_{h_{1S}}^{h_{2S}} \text{sign}(z-z') e^{-u_i|z-z'|} dz' \right] \lambda^2 J_1(\lambda r) d\lambda$$

式中  $C_i(\lambda, z')$  和  $D_i(\lambda, z')$  是待定系数,为了书写简便,记为

$$\begin{aligned} g_{C_i}(\lambda) &= \int_{h_{1S}}^{h_{2S}} C_i(\lambda, z') dz' \\ g_{D_i}(\lambda) &= \int_{h_{1S}}^{h_{2S}} D_i(\lambda, z') dz' \end{aligned}$$

记源项的积分式及其解析展开式为

$$f_{E_i}(\lambda, z) = \int_{h_{1S}}^{h_{2S}} \text{sign}(z-z') e^{-u_i|z-z'|} dz' = \begin{cases} \frac{e^{-u_i(h_{2S}-z)} - e^{-u_i(h_{1S}-z)}}{u_i} & z < h_{1S} \\ \frac{e^{-u_i(h_{2S}-z)} - e^{-u_i(z-h_{1S})}}{u_i} & h_{1S} \leq z \leq h_{2S} \\ \frac{e^{-u_i(z-h_{2S})} - e^{-u_i(z-h_{1S})}}{u_i} & z > h_{2S} \end{cases}$$

则

$$E_{ri} = \frac{I}{4\pi\sigma_i} \int_0^{\infty} [-g_{C_i}(\lambda) e^{u_i(z-z_i)} + g_{D_i}(\lambda) e^{-u_i(z-z_{i-1})} + \delta_{i,j} f_{E_i}(\lambda, z)] \lambda^2 J_1(\lambda r) d\lambda \quad (8a)$$

类似式(8a),  $H_{\phi}$  分量为

$$H_{\phi i} = \frac{I}{4\pi} \int_0^{\infty} [g_{C_i}(\lambda) e^{u_i(z-z_i)} + g_{D_i}(\lambda) e^{-u_i(z-z_{i-1})} + \delta_{i,j} f_{H_i}(\lambda, z)] \frac{\lambda^2}{u_i} J_1(\lambda r) d\lambda \quad (8b)$$

其中

$$f_{H_i}(\lambda, z) = \int_{h_{1S}}^{h_{2S}} e^{-u_i|z-z'|} dz' = \begin{cases} \frac{e^{-u_i(h_{1S}-z)} - e^{-u_i(h_{2S}-z)}}{u_i} & z < h_{1S} \\ \frac{2.0 - e^{-u_i(z-h_{1S})} - e^{-u_i(h_{2S}-z)}}{u_i} & h_{1S} \leq z \leq h_{2S} \\ \frac{e^{-u_i(z-h_{2S})} - e^{-u_i(z-h_{1S})}}{u_i} & z > h_{2S} \end{cases}$$

可见,只要计算出待定系数的积分项  $g_{C_i}(\lambda)$  和  $g_{D_i}(\lambda)$ ,即可计算空间电磁场分布。而井地电磁法正演需计算地面水平电磁场分量,仅需计算出待定系数积分项  $g_{C_0}(\lambda)$ ,即可方便地由式(8)得到。

### 2.2.2 待定系数积分项的计算

式(8)中待定系数的积分项可根据电磁场在界面上切向分量连续性条件得到,即在  $z = z_i$  ( $i=0, 1, \dots, N-1$ ) 的界面上  $E_{ri}$  和  $H_{\phi i}$  是连续的,从而可得到全部  $2N$  个待定系数积分项所满足的  $2N$  个方程组,形成一个线性方程组  $\mathbf{QX} = \mathbf{S}$ , 其中  $\mathbf{Q} \in \mathbf{C}^{2N \times 2N}$ ,  $\mathbf{X}, \mathbf{S} \in \mathbf{C}^{2N}$ , 从而可以确定用  $\mathbf{X}$  表示的各个待定系数积分项。 $\mathbf{Q}$  的非零元素为

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_{0,0} = \hat{\sigma}_1, Q_{0,1} = -\hat{\sigma}_0 e^{-u_1 h_0}, Q_{0,2} = \hat{\sigma}_0 \\ Q_{1,0} = u_1, Q_{1,1} = -u_0 e^{-u_1 h_0}, Q_{1,2} = -u_0 \\ \vdots \\ Q_{2N-2,2N-3} = \hat{\sigma}_N, Q_{2N-2,2N-2} = -\hat{\sigma}_N e^{-u_N h_{N-2}}, \\ \quad Q_{2N-2,2N-1} = \hat{\sigma}_{N-1} \\ Q_{2N-1,2N-3} = u_N, Q_{2N-1,2N-2} = u_N e^{-u_N h_{N-2}}, \\ \quad Q_{2N-1,2N-1} = -u_{N-1} \end{array} \right. \quad (9)$$

当  $k = 1, 2, \dots, N-1$  时

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_{2k,2k-1} = \hat{\sigma}_{k+1}, Q_{2k,2k} = -\hat{\sigma}_{k+1} e^{-u_k h_{k-1}}, \\ Q_{2k,2k+1} = -\hat{\sigma}_k e^{-u_{k+1} h_k}, Q_{2k,2k+2} = \hat{\sigma}_k \\ Q_{2k+1,2k-1} = u_{k+1}, Q_{2k+1,2k} = u_{k+1} e^{-u_k h_{k-1}}, \\ Q_{2k+1,2k+1} = -u_k e^{-u_{k+1} h_k}, Q_{2k+1,2k+2} = u_k \end{array} \right.$$

$X$  的元素为

$$\left\{ \begin{array}{l} X_0 = g_{C_0}(\lambda), X_{2N-1} = g_{D_N}(\lambda) \\ k = 1, 2, \dots, N-1 \text{ 时} \\ X_{2k-1} = g_{C_k}(\lambda), X_{2k} = g_{D_k}(\lambda) \end{array} \right. \quad (10)$$

$S$  的非零元素为

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{2j-2} = -\hat{\sigma}_{j-1} f_{E_j}(\lambda, z_{j-1}) \\ S_{2j-1} = u_{j-1} f_{H_j}(\lambda, z_{j-1}) \\ S_{2j} = \hat{\sigma}_{j+1} f_{E_j}(\lambda, z_j) \\ S_{2j+1} = -u_{j+1} f_{H_j}(\lambda, z_j) \end{array} \right. \quad (11)$$

若垂直有限长线电流源在基底层中,则仅有  $S_{2N-2}$  和  $S_{2N-1}$  两个非零项。可选用一种确定性解法求解上述稀疏线性方程组,这里采用文献[8]的递推方法,需要  $N$  次正向迭代和  $N$  次逆向迭代计算。

至此,各垂直分段导线源的电磁场表达式中沿导线路径积分解得以解析展开,递推计算得到  $g_{C_i}(\lambda)$  后,由式(8)得各垂直分段导线源的地面水平分量响应为

$$\left\{ \begin{array}{l} E_r(z=0) = -\frac{I}{4\pi\hat{\sigma}_0} \int_0^\infty g_{C_0}(\lambda) \lambda^2 J_1(\lambda r) d\lambda \\ H_\phi(z=0) = \frac{I}{4\pi} \int_0^\infty g_{C_0}(\lambda) \frac{\lambda^2}{u_i} J_1(\lambda r) d\lambda \end{array} \right. \quad (12)$$

计算各含源层的分段导线源的地面电磁响应,再由式(1)叠加得到任意层数的水平均匀层状介质中的任意位置、任意长度的垂直有限长电流源的井地电磁响应。

### 3 可靠性验证与结果分析

鉴于现今对该方法的相关研究成果不多,因此

没有可直接用于对比验证的任意有限长度的垂直导线源地面响应数据。为了间接验证结果的可靠性,本文采用与有解析解的均匀全空间中的电偶极子源的场比较、与均匀半空间中的垂直有限长电流源的离散源近似解、水平均匀层状介质中的电偶极子源的响应以及与离散源近似方法的计算精度与计算时间进行对比分析。

#### 3.1 与均匀全空间中电偶极子的电磁场解析解结果对比

假定均匀全空间电阻率为  $100\Omega \cdot \text{m}$ ,相对介电常数为 1,长度为 1m 的  $z$  方向垂直电流源位于  $z$  轴上坐标为 100m 的部位,供以强度幅值为 100A、频率为 5Hz 的交流电,计算地面  $z=0$  的径向测线上的  $E_r$ 、 $H_\phi$  分量。均匀全空间电偶极子的电磁场计算公式是人们熟知的解析公式<sup>[9]</sup>,可以得到问题的精确解。使用本文方法计算时,垂直导线源的上、下端点深度分别为 99.5m 和 100.5m,将程序中空气层和介质层的电阻率值均设为  $100\Omega \cdot \text{m}$ ,计算模型即为均匀全空间模型。 $E_r$  分量和  $H_\phi$  分量的计算结果见图 2,横坐标为测点的径向半径坐标,测点径向距离坐标从 10~10000m 之间变化,共计 301 个。经计算,本文积分解与解析解之间的相对误差均小于 0.01%,在半径为 100m 以远处  $E_r$  的相对误差小于 0.002%、 $H_\phi$  分量的相对误差小于 0.001%,充分说明本文方法计算结果的正确性。

#### 3.2 均匀半空间中垂直有限长电流源的电磁场计算结果对比

设均匀半空间地下介质电阻率为  $50\Omega \cdot \text{m}$ ,相对介电常数为 1.0,假定垂直有限长电流源上、下端点的深度分别为 0 和 500m,供电电流强度幅值为 1A,发射频率为 10Hz,空气层电阻率均设为  $10^{12}\Omega \cdot \text{m}$ 。将垂直有限长电流源离散成若干个连续小段电流源,各小段电流源视为垂直电偶极子,各小电偶极子场的计算采用 Kerry 的计算方法<sup>[10]</sup>,为了便于和本文方法对比,将 Kerry 计算方法稍加改造,其中介质参数增加了介电常数,并用复电阻率参数计算,用 C++ 语言对该法进行了改编,先计算各小段电偶极子源的场,再将它们叠加得到垂直有限长电流源的近似解,简称为离散解法。

图 3 为离散个数  $n_k$  分别为 1, 5, 10, 50 个的离散解法与本文积分解法计算的地面径向测线上的  $E_r$ 、 $H_\phi$  分量变化曲线。结果显示,用一个电偶极子

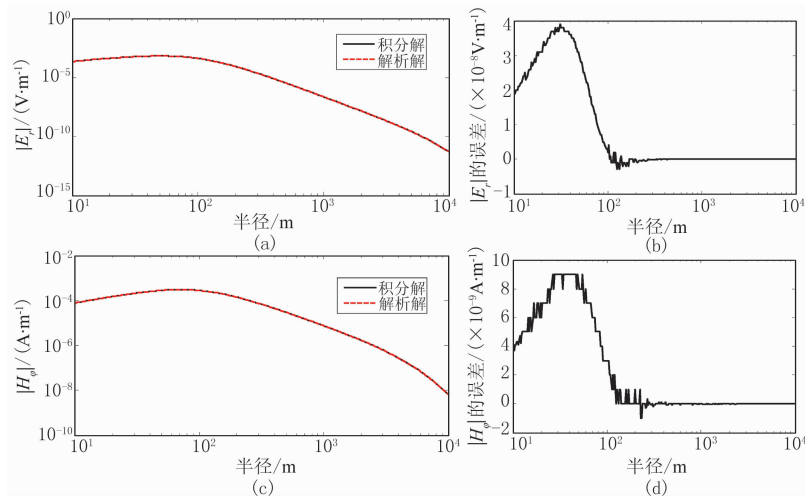


图2 本文方法计算均匀全空间模型的电磁场与解析解结果对比

(a)  $E_r$  分量幅值曲线; (b)  $E_r$  分量积分解与解析解之间的幅值误差曲线;  
(c)  $H_\phi$  分量幅值曲线; (d)  $H_\phi$  分量积分解与解析解之间的幅值误差曲线

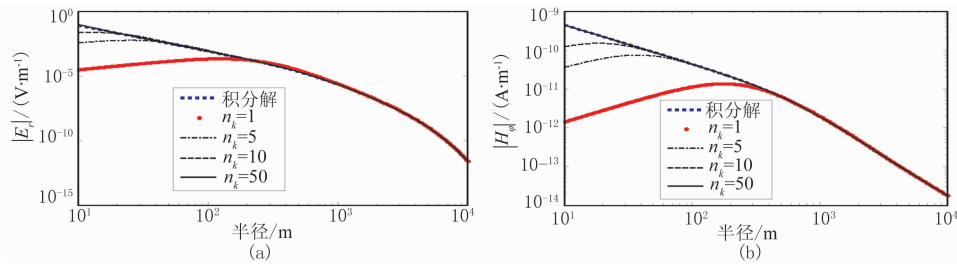


图3 本文方法与离散近似方法计算均匀半空间中垂直有限长电流源的电磁场结果比较

(a)  $E_r$  分量; (b)  $H_\phi$  分量

代替垂直有限长电流源计算场分量时,在近源区的误差较大,而在径向距离  $r > 1000\text{m}$  以远处的电场、 $r > 500\text{m}$  以远的磁场才与积分解结果曲线符合较好。随着离散个数的增加,离散解的精度也逐步提高。当离散个数为 50 时,除在半径 20m 左右范围内  $E_r$  分量略有区别外,电磁场分量在测量段上与积分解结果一致性较好。据此模拟结果说明,在远源区可用电偶极子近似,而在近源区内需要采用多个小电偶极子的叠加才能达到较好精度,这不仅表明本方法的优势,也佐证积分法计算结果的正确。

对同一个含源层内任意长度的垂直分段电流源,用积分法计算 Somerfeld 型积分次数仅为离散解法的  $1/N$  左右 ( $N$  为离散个数),而且总比离散法的叠加解精度高。表 1 给出了在同一台计算机上计算耗时和各离散近似解与本文积分解结果之间的相对误差数据。计时单位为 s, 相对误差计算公式为

$$R_{\text{ms}} = \sqrt{\frac{1}{n_r} \sum_{k=1}^{n_r} (f_d(k) - f_i(k))^2}$$

其中:  $n_r$  是测点数目,本例为 301 个;  $f_d(k)$  和  $f_i(k)$  分别表示离散法与积分法计算第  $k$  个测点场分量的幅度值。本文方法计算全部电磁场分量仅需 0.9803s,而采用离散小电偶极子叠加方法耗时大约为  $0.84 \times N$  ( $N$  为离散电偶极子的个数)s。

表1 离散数目不同时计算时间与结果的相对误差对比

离散 VED 个数	1	5	10	50	
计算耗时/s	0.8853	4.3440	8.448	42.0213	
相对误差	$E_r$	58.7770	32.5768	17.0308	3.3480
%	$H_\phi$	57.5439	32.6115	18.6191	0.1419

### 3.3 层状介质中垂直有限长电流源的电磁场计算结果对比

设水平均匀层状介质共 5 层,层电阻率分别为 50、100、1500、100 和  $500 \Omega \cdot \text{m}$ ,层厚度均为 500m,各层介质的相对介电常数均为 1.0。假定垂直有限长电流源上、下端点的深度分别为 10m 和 1750m,在地下基底层以上 4 个层中均有分布。供电电流强度幅值为 30A,发射频率为 10Hz。为了显示两种方

法计算空间电磁场分布情况,计算 $z=0.15\text{m}$ 、径向半径从 $10\sim 10000\text{m}$ 之间测线上共 121 个场点的电磁场,同时将其与离散解法计算结果进行对比。各含源层的离散小电偶极子数目 $n_k$ 分别取为 1, 5, 10 和 20 个,总离散个数分别为 $n_k\times 4$ 个。图 4 为本文积分解法与 4 种 $n_k$ 值对应的离散近似解法的计算结果。从图中可见,同前述均匀半空间模型一样,若将各含源层的垂直分段电流源视为一个 VED,两种计算结果之间的误差最大,随着各含源层内垂直分段电流源离散个数的增多,径向测线上两种计算结

果曲线趋于一致;当离散个数为 20 时,在径向半径为 50m 以远,两条曲线符合很好。

在计算时间方面,对同一个含源层内任意长度的垂直分段电流源,用本文方法计算 Somerfeld 型积分次数仅为离散解法的 $1/N$ 左右( $N$ 为离散个数),且计算全部电磁场时间需要 7.765s。而四种 $n_k$ 的离散近似解法耗时分别为 7.14、36.032、71.5 和 143.234s。可以看出应用本文方法不仅计算结果可靠,精度高,而且能全区计算电磁场,优势显而易见。

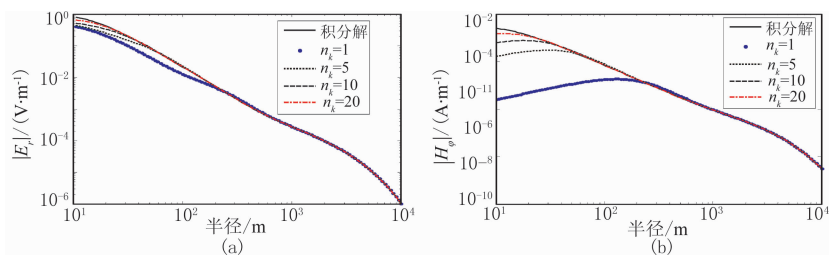


图 4 由积分解法与离散解法求得地下 $z=0.15\text{m}$ 处的电磁场幅值径向变化曲线

(a)  $E_z$  分量; (b)  $H_\phi$  分量

$n_k=1, 5, 10, 20$  分别表示将各含源层中的垂直分段电流源依次离散成 1, 5, 10 和 20 个垂直电偶极子时的离散近似解

## 4 结论

本文用水平均匀层状介质中垂直有限长电流源的地面电磁响应作为井地电磁法一维正演的近似,推导并表明井地电磁响应的计算公式。该计算方法计算量与含源层个数有关,与导线源的长度无关,观测点到源的距离对结果无影响,并且通过对比计算表明,本文方法能正确、快速和较高精度地计算井地电磁响应;同时适用全区的响应计算,且在含源层段数目不是特别多的情况下更具优势。

### 参考文献

- [1] 何展翔. 圈定油气藏边界的井地电法研究[博士学位论文]. 四川成都:成都理工大学信息工程学院地球探测与信息技术系, 2003
- [2] Tseng H W, Alex Becker, Wilt M J, Deszcz-Pan M. A borehole-to-surface electromagnetic survey. *Geophysics*, 1998, 63(5): 1565~1572
- [3] 何展翔, 江汶波. 井中充电多参数网格监测方法及正反演研究. *石油地球物理勘探*, 2004, 39(增刊), 135~138
- [4] 何展翔, 刘雪军, 裘尉庭, 黄州. 大功率井—地电法油气藏边界预测技术及效果. *石油勘探与开发*, 2004, 31(5): 74~76

He Zhanxiang, Liu Xuejun, Qiu Weiting, Huang Zhou. High-power surface-borehole electrical method in predicting reservoir boundary and its application. *Petroleum Exploration and Development*, 2004, 31(5): 74~76

- [5] 刘雪军, 王家映, 何展翔, 王志刚. 研究油气储集目标的井中—地面电磁新技术. *勘探地球物理进展*, 2006, 29(2): 98~101
- Liu Xuejun, Wang Jiaying, He Zhanxiang, Wang Zhigang. Study of hydrocarbon accumulation by borehole-ground EM method. *Progress in Exploration Geophysics*, 2006, 29(2): 98~101
- [6] He Zhanxiang, Lin Xuejun and Qiu Weiting. Mapping reservoir boundary by borehole-surface TFEM. *The Leading Edge*, 2005, 24(9): 896~900
- [7] Kauahikaua James. Electromagnetic fields about a horizontal electric wire source of arbitrary length. *Geophysics*, 1978, 43(5): 1019~1022
- [8] Wei Baojun, Zhang G J, Liu Q H. Recursive algorithm and accurate computation of dyadic Green's functions for stratified uniaxial anisotropic media. *Science in China (Series F)*, 2008, 51(1): 63~80
- [9] Nabighian M N. *Electromagnetic Methods in Applied Geophysics (Volume 1, Theory)*. Society of Exploration Geophysicists, 1987
- [10] Kerry Key. 1 D inversion of multicomponent, multi-frequency marine CSEM data: methodology and synthetic studies for resolving thin resistive layers. *Geophysics*, 2009, 74(2): F9~F20

(本文编辑:冯杏芝)