

· 正演技术 ·

虚谱法一阶应力—速度方程地震数值模拟

杜增利*^{①②} 李亚林^① 尹成^③ 高宏亮^④

(^①川庆钻探工程有限公司地球物理勘探公司, 四川成都 610213; ^②成都理工大学, 四川成都 610059;

^③西南石油大学, 四川成都 610500; ^④塔里木油田分公司勘探开发研究院, 新疆库尔勒 841000)

杜增利, 李亚林, 尹成, 高宏亮. 虚谱法一阶应力—速度方程地震数值模拟. 石油地球物理勘探, 2009, 44(5): 637~641

摘要 地震波场模拟是正确认识复杂条件下地震波传播机理、规律及波场特征的有效手段。交错网格高阶差分常用于一阶应力—速度声波方程数值模拟, 但空间差分的固有特性使得数值频散难以避免。虚谱法利用模型空间的全部信息对波场函数进行傅氏变换, 可得到精确的波场空间导数; 由于它克服了对高频成分的限制, 因而可实现全频带的地震波场模拟。将完美匹配层边界条件引入虚谱法数值模拟可更有效地消除边界反射, 有利于更精确地模拟地震波的传播过程。数值算例表明, 虚谱法一阶应力—速度声学方程模拟结果具有较高的时间分辨率, 在同等模拟精度条件下则具有更高的计算效率。

关键词 正演模拟 虚谱法 应力—速度方程 地震波场 数值频散 完美匹配层

1 引言

地震波场模拟技术主要是通过模拟地震波在地下的传播过程, 研究地震波传播特征与地下介质参数之间的关系, 使模拟记录与实际地震剖面最佳逼近, 以正确认识复杂条件下地震波的传播机理、规律及波场特征, 进而达到验证解释方案的目的^[1~3], 该技术已融入地震资料采集、处理和解释的全过程。地震波场数值模拟主要有波动方程法和射线追踪法两大类^[4]。前者模拟精度高、计算效率低; 后者模拟精度低、计算效率高。

有限差分法是一种最常用的高效正演模拟方法。1970年 Alterman 等^[5]首先将有限差分法应用于地震波动方程模拟中, Alford 等^[6]研究了有限差分法的精度, Virieux^[7]提出了稳定的二阶(空间和时间)弹性波有限差分格式, Levander^[8]将 Virieux 的方法推广到空间四阶、时间二阶情形, Crase^[9]发展了精度可达任意阶的高阶交错网格法^[10], Magnier 等^[11]提出了最小网格有限差分法以压制非最小网格的人为现象。由于有限差分算法是利用离散化的有限差分方程去逼近波动方程, 使得相速度变成离散空间间隔的函数, 这就不可避免地产生数值频散。为避免或减少此效应, 宜加密网格节点并采用

高阶差分, 但这些措施会加大运算过程中的系统资源耗费, 同时在人为边界难以进行差分计算。而虚谱法是通过傅里叶变换计算空间导数, 正好可解决高阶差分难以克服的困难。利用虚谱法进行地震波正演模拟由来已久, Kosloff 等^[12]研究了二维声学介质的虚谱法模拟方法, Fornber^[13]研究了虚谱法与传统有限差分弹性波模拟的准确性, Reshef 等^[14,15]用虚谱法做了三维声波和弹性波的模拟, 并应用了吸收边界条件, 傅旦丹等^[16]研究了正交各向异性介质中地震弹性波场特征。由于傅里叶变换存在计算成本大且吸收边界条件欠理想等诸多问题, 因此在声学介质模拟中虚谱法多应用于标量波动方程^[17,18]。本文在分析高阶差分精度基础上, 将完美匹配层(Perfectly Matched Layers, PML)^[19,20]边界条件引入一阶应力—速度声学方程的正演过程, 极大地削弱了边界反射, 并显著提高了计算效率。

2 声波方程

2.1 声波方程有限差分解

非均匀各向同性声学介质中的一阶压力—速度方程为

$$\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} = \mathbf{A}_1 \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial x} + \mathbf{A}_2 \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial y} + \mathbf{A}_3 \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial z} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{P} = (p, v_x, v_y, v_z)^T$, 为地震波场向量, 且 p 为

* 四川省成都市华阳镇福泽花苑 9-2-7, 610213

本文于 2009 年 2 月 12 日收到, 修改稿于同年 3 月 25 日收到。

应力; v_x, v_y, v_z 分别为 x, y, z 方向的速度分量; A_1, A_2, A_3 为模量矩阵, 且有

$$A_1 = - \begin{vmatrix} 0 & K & 0 & 0 \\ \rho^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad A_2 = - \begin{vmatrix} 0 & 0 & K & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \rho^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$A_3 = - \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & K \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \rho^{-1} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

其中: $K = \rho V_p^2$, 为弹性模量; ρ 为介质的体密度; V_p 为介质的纵波速度。其相应的差分分解为

$$p_{i,j,k}^n = p_{i,j,k}^{n-} + K_{i,j,k} \Delta t [L_x(v_{x,i,j,k}^n) + L_y(v_{y,i,j,k}^n) + L_z(v_{z,i,j,k}^n)]$$

$$v_{x,i,j,k}^n = v_{x,i,j,k}^{n-} + \frac{\Delta t}{\rho_{i,j,k}} L_x(p_{i,j,k}^{n-}) + f_{x,i,j,k}^n \quad (2)$$

$$v_{y,i,j,k}^n = v_{y,i,j,k}^{n-} + \frac{\Delta t}{\rho_{i,j,k}} L_y(p_{i,j,k}^{n-}) + f_{y,i,j,k}^n$$

$$v_{z,i,j,k}^n = v_{z,i,j,k}^{n-} + \frac{\Delta t}{\rho_{i,j,k}} L_z(p_{i,j,k}^{n-}) + f_{z,i,j,k}^n$$

其中: n 表示当前时刻; n^- 表示前一时刻; Δt 为时间采样率; f 为外力向量; L 表示求导运算; i, j, k 为空间坐标。

2.2 虚谱法空间差分计算

求解一阶压力-速度方程的关键在于波场向量的空间求导。由于高阶差分计算效率高且具局部特性, 因而备受研究者青睐并被广泛应用。但数值模拟是在有限空间内进行, 人为边界之外的波场无法获得, 这就使得在边界附近差分运算出现振荡现象(图1)。而虚谱法的实质就是空间导数通过傅里叶变换求取, 无需边界外波场参与, 避免了振荡现象的发生, 其缺陷就是需要将波场的样点数补足至2的整数次幂而增加额外计算量。

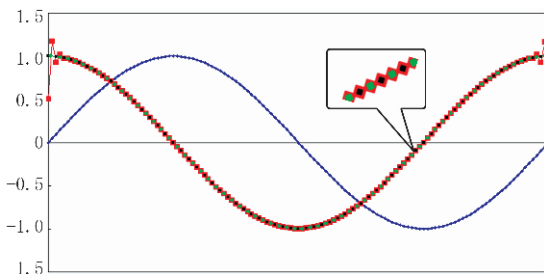


图1 光滑函数的导数

蓝线为正弦函数, 红线为高阶差分导数, 绿线为虚谱法导数, 黑线为解析解

傅里叶变换计算波场向量的空间一阶导数公式为

$$\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial x} = \int_{-\pi}^{\pi} (-ik_x \times \tilde{P}_x) \times e^{ik_x}$$

$$\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial y} = \int_{-\pi}^{\pi} (-ik_y \times \tilde{P}_y) \times e^{ik_y} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial z} = \int_{-\pi}^{\pi} (-ik_z \times \tilde{P}_z) \times e^{ik_z}$$

其中 \tilde{P}_x, \tilde{P}_y 和 \tilde{P}_z 分别为波场向量 \mathbf{P} 沿 x, y 和 z 方向的傅里叶正变换。

2.3 边界条件

虚谱法数值模拟目前多采用吸收边界条件^[17,21], 即在人工边界填充若干网格节点, 并在边界区域加衰减项使其波场值快速衰减至零, 其衰减系数多取

$$w_{i,j,k} = \begin{cases} e^{-[a(b-i)]^2} & 0 \leq i < b \\ e^{-[a(b-j)]^2} & 0 \leq j < b \\ e^{-[a(b-k)]^2} & 0 \leq k < b \end{cases} \quad (4)$$

式中: w 为衰减系数; a 为衰减因子; b 为吸收边界的宽度。但其衰减效果并不理想。

2001年, Collino^[19]等给出了各向同性介质一阶应力-速度弹性波方程的完美匹配层吸收边界条件, 其基本思想是将波场分裂为垂直和平行于传播方向的两组波, 在人为边界附近通过快速衰减沿界面法向方向传播的平面波, 达到减少边界反射的目的。其理论推导详见文献^[17,19,20], 在此直接给出边界条件

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{P}_x}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{P}^{\perp x}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{P}^{\parallel x}}{\partial t}; & \frac{\partial \mathbf{P}_y}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{P}^{\perp y}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{P}^{\parallel y}}{\partial t}; \\ \frac{\partial \mathbf{P}_z}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{P}^{\perp z}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{P}^{\parallel z}}{\partial t} \\ \frac{\partial \mathbf{P}^{\perp x}}{\partial t} = A_1 \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial x} + d_x \mathbf{P}^{\perp x}; & \frac{\partial \mathbf{P}^{\parallel x}}{\partial t} = A_2 \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial y} + A_3 \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial z} \\ \frac{\partial \mathbf{P}^{\perp y}}{\partial t} = A_2 \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial y} + d_y \mathbf{P}^{\perp y}; & \frac{\partial \mathbf{P}^{\parallel y}}{\partial t} = A_1 \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial x} + A_3 \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial z} \\ \frac{\partial \mathbf{P}^{\perp z}}{\partial t} = A_3 \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial z} + d_z \mathbf{P}^{\perp z}; & \frac{\partial \mathbf{P}^{\parallel z}}{\partial t} = A_1 \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial x} + A_2 \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial y} \end{cases} \quad (5)$$

式中: d_x, d_y, d_z 分别为三个方向的阻尼因子; \perp 表示垂直于界面法线方向; \parallel 表示平行于界面法线方向。图2所示的常速(2000m/s)介质中脉冲响应测试结果表明, PML边界条件吸收效果非常理想, 不仅无边界反射发生, 且波场值均匀; 而应用指数衰减

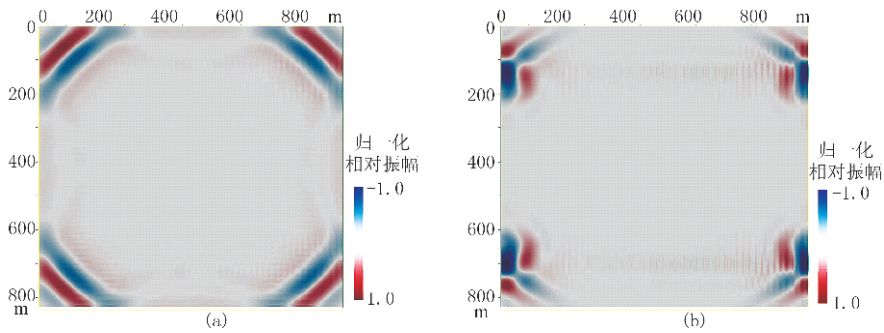


图 2 点脉冲在常速(2000m/s)介质中的(200ms 时刻)瞬时波场快照
(a)PML 边界条件; (b)指数衰减吸收边界条件

吸收边界时,角点处吸收效果较差,且边界附近波场值衰减迅速,势必影响到其附近波场。

3 数值模拟实例

3.1 水平层状介质模型

设计四个界面的水平层状介质模型(图 3),其纵波层速度自上而下依次为 2000,3000,2000,2500,

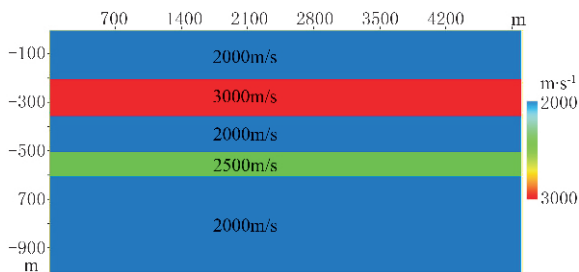


图 3 水平层状介质模型

2000m/s,密度取常数 2.3g/cm^3 ,深度采样间隔为 5m。观测系统为:中间放炮、双边 160 道接收,炮点位于 2000m 处,道间距 20m。利用空间 10 阶交错网格方法进行模拟,为避免数值频散, x 方向网格间距最大取 10m,根据差分稳定性条件^[22],采样率最大可取 0.5ms,模拟一炮的计算时间为 102s(CPU: Intel T7200,2.0GHz)。采用虚谱法,模型纵向采样间隔不变,而横向可取与道间距相同。根据差分稳定性条件,采样率取 1ms,模拟一炮的计算时间则为 29s,其计算效率远远优于高阶交错网格法。模拟结果(图 4)表明,PML 边界条件吸收效果良好,未见边界反射,采用大差分网格的虚谱法模拟结果与小交错网格结果几乎无差别;远炮检距(人为边界附近)数据大比例尺显示(图 5)对比表明,由于傅里叶变换计算空间导数时不受频率限制,虚谱法具有更高的垂向分辨率。

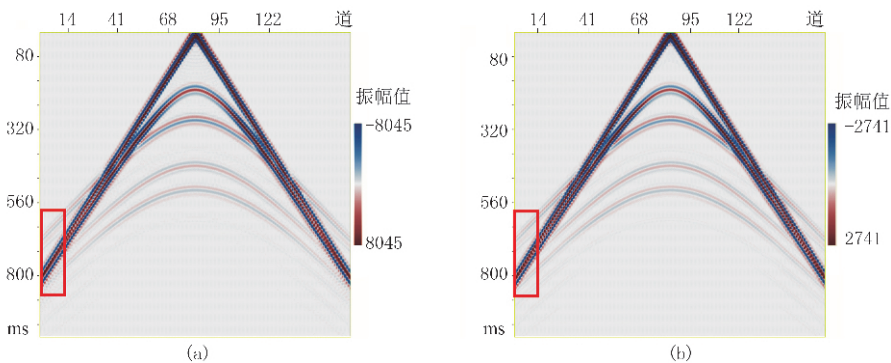


图 4 水平层状介质模型正演记录
(a)交错网格法; (b)虚谱法

3.2 Marmousi 2 模型

Marmousi 2 模型(图 6)是针对复杂地质构造成像而设计的典型通用模型,因其包含多种常见地质现象,所以在地震波场模拟中得到广泛应用。采

用模拟参数为:中间放炮、双边 360 道接收,道间距 25m,为兼顾逆掩断层和高陡构造,炮点选在 8000m 位置。图 7a 为虚谱法正演单炮结果,与标准的正演结果(图 7b)相比总体品质基本相当,但由于在边界

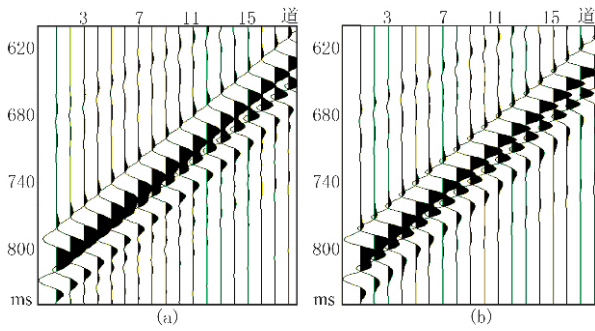


图5 水平层状介质模型正演记录的局部放大
(a)图4a局部放大; (b)图4b局部放大

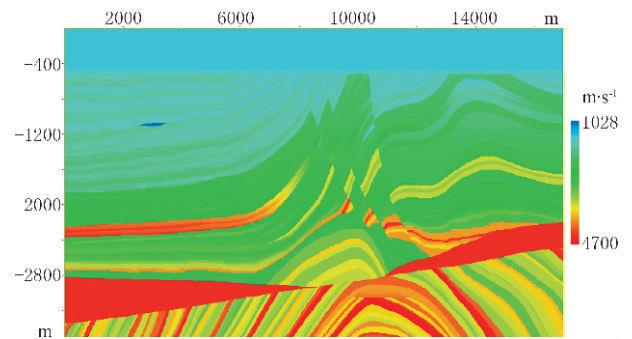


图6 Marmousi2 纵波速度模型

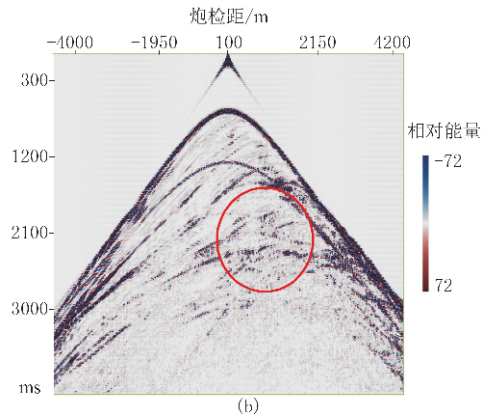
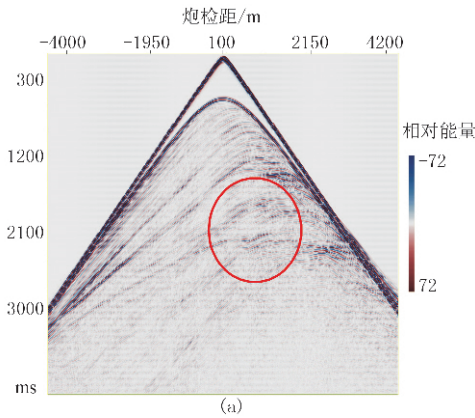


图7 Marmousi2 模型模拟记录
(a)虚谱法模拟记录; (b)标准的正演结果

处理时采用了吸收地表边界条件,模拟记录缺少水底多次反射波,所以细节部分(图中红色圆圈内)的模拟结果更加清晰。

3.3 SEG-EAGE 模型

SEG-EAGE 模型(图8)主要是针对陡倾角和高速膏岩层边界及其下伏地层成像问题而设计的典型模型。高阶傅里叶有限差分^[23,24]是目前能较好地适应速度剧烈变化的单程波动方程正演算法之一,其合成记录只有一次反射波和绕射波(图9a),而采用虚谱法求解一阶应力-速度方程则可更好地

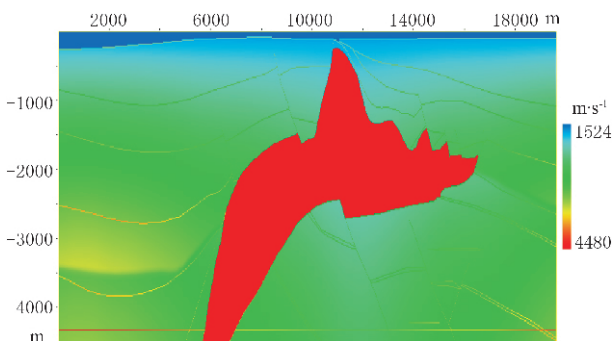


图8 SEG-EAGE 速度模型

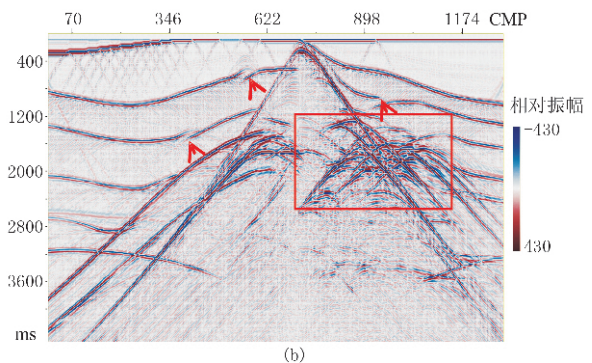
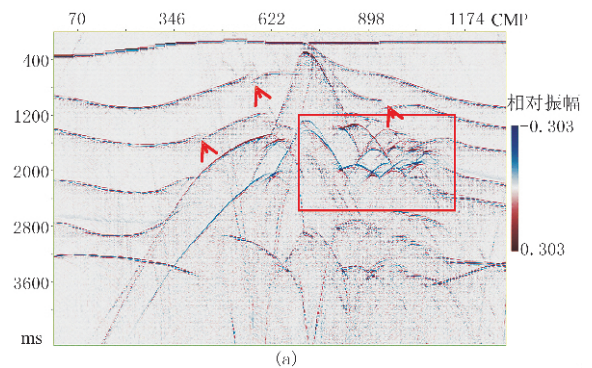


图9 SEG-EAGE 模型自激自收模拟记录
(a)二阶近似傅里叶有限差分模拟结果; (b)虚谱法模拟结果

适应速度剧烈变化,采用平面波激发就可以得到自激自收记录(图9b)。对比图8可知,虚谱法双程波正演在断层附近的速度突变区(箭头所指位置)有更高的分辨率,在速度剧烈变化区域(红色方框内),波场信息更加丰富,且不存在波场折叠问题,更有利于波场特征的分析。

4 模拟结果与结论

(1)由于傅里叶变换计算波场空间导数不受空间采样率限制,在保持同等精度条件下,采用虚谱法模拟时 $x-y$ 平面的差分网格最大可取至与道间距相同,因而减少了系统资源开销,提高了计算效率,在三维(黏)弹性波场模拟时表现得尤其突出,是地震波场数值模拟的一种高效方法。

(2)PML吸收边界条件是一种先进、实用的边界条件,目前多应用于交错网格有限差分法,而虚谱法多采用幂指数衰减型吸收边界条件。PML通过将波场分裂为垂直和平行于传播方向的两组,并只对法向波场分量进行吸收处理,用虚谱法做数值模拟,其吸收效果和波场保真度均优于常规边界条件。波场分裂的思路同样适用于(黏)弹性波动方程。由于在人工边界进行额外波场处理时需耗费少量计算机时和费用,但和得到高质量模拟结果相比,其性价比还是合适的。

(3)对于复杂构造区,地下成像及其精度是优先考虑的问题,声学介质模拟只产生直达波、一次反射波、多次反射波和绕射波,其波场相对简单且易于对比,成为研究复杂区波场特征的有效手段。

参 考 文 献

- [1] 陆基孟. 地震勘探原理. 北京:石油工业出版社,1982
- [2] 贺振华. 反射地震资料偏移处理与反演方法. 重庆:重庆大学出版社,1989
- [3] 陈耿毅,余钦范,蔡希玲等. 地震模拟技术新进展——第67届EAGE年会论文综述. 勘探地球物理进展,2005,28(6):439~448
- [4] 张永刚. 地震波场数值模拟方法. 石油物探,2003,42(2):143~148
- [5] Altermen Z S and Loewenthal D. Seismic wave in a quarter and three quarter plane. *Geophysics J Roy Astr Soc*,1970,20(1):101~126
- [6] Alford R M, Kelly K R and Boore D M. Accuracy of finite difference modeling of the acoustic wave equation. *Geophysics*,1974,39(6):834~842
- [7] Virieux J. SH wave propagation in heterogeneous media; Velocity-stress finite-difference method. *Geophysics*,1984,49(11):1933~1957
- [8] Levander A R. Fourth-order finite-difference P-SV seismograms. *Geophysics*,1988,53(11):1425~1436
- [9] Crase E. High-order (space and time) finite-difference modeling of elastic wave equation. *Expanded Abstracts of 60th SEG Annual Meeting*,1990,987~991
- [10] Carcione J M. Staggered mesh for the anisotropic and viscoelastic wave equation. *Geophysics*,1999,64(6):1863~1866
- [11] Magnier S A, Mora P and Tarantola A. Finite difference on minimal grids. *Geophysics*,1994,59(9):1435~1443
- [12] Kosloff D D and Baysalt E. Forward modeling by a Fourier method. *Geophysics*,1982,47(10):1402~1412
- [13] Fornberg B. The pseudo-spectral method; Accurate representation in elastic wave calculations. *Geophysics*,1988,53(5):625~637
- [14] Reshef M, Kosloff D, Edwards M and Hsiung C. Three-dimensional acoustic modeling by the Fourier method. *Geophysics*,1988,53(9):1175~1183
- [15] Reshef M, Kosloff D, Edwards M and Hsiung C. Three-dimensional elastic modeling by the Fourier method. *Geophysics*,1988,53(9):1184~1193
- [16] 傅旦丹,何樵登. 正交各向异性介质地震弹性波场的伪谱法正演模拟. 石油物探,2001,40(3):8~14
- [17] 牟永光,裴正林. 三维复杂介质地震数值模拟. 北京:石油工业出版社,2005
- [18] 庄东海,王超,肖斌. 虚谱法三维地震波动方程正演模拟. 江汉石油学院学报,1998,20(4):30~33
- [19] Collino F and Tsogka C. Application of the perfectly matched absorbing layer model to the linear elastodynamic problem in anisotropic heterogeneous media. *Geophysics*,2001,66(1):294~307
- [20] 王守东. 声波方程完美匹配层吸收边界. 石油地球物理勘探,2003,38(1):31~34
- [21] Cerjan C, Kosloff D and Kosloff R et al. A nonreflecting boundary condition for discrete acoustic and elastic wave equation. *Geophysics*,1985,50(9):705~708
- [22] 董良国,马在田,曹景忠. 一阶弹性波方程交错网格高阶差分法稳定性研究. 地球物理学报,2000,43(6):856~859
- [23] 刘文革,贺振华,黄德济等. 高精度傅里叶有限差分法模型正演. 石油地球物理勘探,2007,42(6):629~633
- [24] Ristow D. Fourier finite-difference migration. *Geophysics*,1994,59(12):1882~1893

(本文编辑:朱汉东)