

· 处理技术 ·

# 基于 Curvelet 变换的多尺度分析技术

郑静静\* 印兴耀 张广智

(中国石油大学(华东), 山东东营 257061)

郑静静, 印兴耀, 张广智. 基于 Curvelet 变换的多尺度分析技术. 石油地球物理勘探, 2009, 44(5): 543~547

**摘要** 为了更好地描述断层和断裂系统, 本文将三维相干体技术与第二代 Curvelet 变换相结合, 基于 Curvelet 变换良好的多尺度特性和局部滤波功能, 提出了多尺度相干体分析方法, 并给出了简单的计算公式。该方法在曲波域中给出不同的重构系数, 得到突出不同频带的地震数据体, 然后再利用相干体算法得到分频相干体。将本文提出的方法应用到实际地震数据中, 突出了特定频带范围的地质异常体, 提高了解释精度, 有助于实现地质目标的精细解释。

**关键词** Curvelet变换 多尺度分析 分频相干体技术 断裂

## 1 概述

相干体技术是在 1995 年被引入石油勘探行业的<sup>[1]</sup>。该技术揭示了波场的空间变化情况, 可直接从三维地震数据体中定量地获得断裂和地层的重要特征, 不受解释误差的影响, 极大地提高了解释精度, 因此得到了物探界的广泛认可。在相干算法中, 由 Adam 等提出的相干算法具有分辨率高、抗噪性强的特点<sup>[2]</sup>, 适用于低信噪比地震资料的处理。第二代 Curvelet 变换是最近几年发展起来的技术, 由于它具有多尺度特性、局部滤波功能和强大的稀疏表达能力, 因此受到人们的青睐。Curvelet 变换克服了二维小波变换在表达图像边缘的方向特性等方面的内在缺陷(图 1)<sup>[3]</sup>。通过目前应用表明, 此法已经显示出在地震数据处理及资料解释中的发展潜力。

在识别断裂系统的算法中, Adam 等提出的相干体算法缺少多尺度信息, 没有考虑突出一定频带的特征问题, 尤其是突出用以解释小断层的高频段相干体的信息<sup>[4]</sup>。为此, 本文将相干计算与 Curvelet 变换多尺度分析相结合, 对相干体进行多尺度分析, 进而提出了用 Curvelet 变换分频计算相干体切片的方法。该方法可以突出特定频带范围内的地质异常体, 提高对地质异常体的识别能力, 为裂缝检测和储层预测提供一种新的思路和方法。

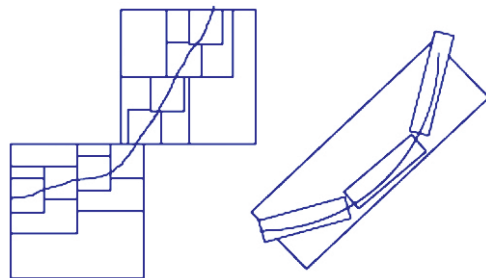


图 1 小波逼近(左)与 Curvelet 逼近(右)比较示意图<sup>[3]</sup>

## 2 基本原理和方法

### 2.1 Curvelet 变换的基本原理

多尺度分析又称为多分辨率分析, 以往多采用小波变换作为主要的分析手段。但对于高维奇异性, 应用可分离变量的张量积小波分析常常会失效, 所以有必要寻求比小波变换更有效的变换方法<sup>[5,6]</sup>。为此 Candes 等提出了 Curvelet 变换<sup>[7]</sup>, 即第一代 Curvelet 变换。Curvelet 变换的前提条件就是 Curvelet 基的支撑区间在频率域满足<sup>[8]</sup>宽度 = 长度<sup>2</sup>, Curvelet 这种“长条形”支撑区间实际上是“方向”性的一种体现, 因此称这种基具有“各向异性”, 也使得 Curvelet 变换能够更稀疏地表示图像的边缘<sup>[9,10]</sup>。由于第一代 Curvelet 的离散实现比较复杂, Candes 等又构造出一种新的 Curvelet 框架<sup>[11]</sup>, 在频域直接给出了 Curvelet 基的具体表示形

\* 山东省青岛市经济开发区长江西路 66 号中国石油大学(华东)资信学院博 08-1, 266555

本文于 2008 年 12 月 11 日收到。

本研究由国家重点基础研究计划(973)项目(2007CB209605)资助。

式,随后给出了快速离散实现算法<sup>[12]</sup>,即第二代 Curvelet 变换。

2.1.1 连续 Curvelet 变换

以下定义均在二维空间  $L^2$  中,  $x$  为空间位置参量;  $\omega$  为频率域参量;  $r, \theta$  为频率域下的极坐标。

定义 1<sup>[12]</sup> 假设存在平滑、非负、实值的“半径窗”  $W(r)$  和“角窗”  $V(t)$ , 且满足容许性条件

$$\begin{cases} \sum_{j=-\infty}^{\infty} W^2(2^j r) = 1 & r \in (3/4, 3/2) \\ \sum_{l=-\infty}^{\infty} V^2(t-l) = 1 & t \in (3/4, 3/2) \end{cases} \quad (1)$$

对所有尺度  $j \geq j_0$ , 定义频率域窗函数为

$$U_j(r, \theta) = 2^{-3j/4} W(2^{-j} r) V\left(\frac{2^{[j/2]} \theta}{2\pi}\right) \quad (2)$$

$[j/2]$  表示  $j/2$  的整数部分。由定义 1 可知,  $U_j$  为极坐标下的一种“楔形”窗(图 2)。

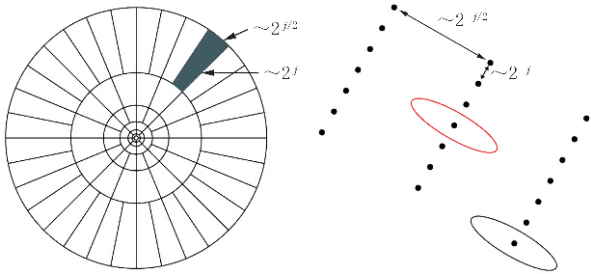


图 2 Curvelet 频率空间区域分块图

左图为频率域平面的分块图,阴影部分表示一个楔形窗,为 Curvelet 的支撑区间;右图为给定尺度和方向时的空间笛卡尔网格

定义 2 令“母曲波”为  $\varphi_j(\omega)$ , 由频窗的傅里叶变换得到, 即  $\varphi_j(\omega) = U_j(\omega)$ , 则在尺度  $2^{-j}$  上的所有 Curvelet 都可用  $\varphi_j$  旋转和平移得到。引入相同间隔的旋转角序列  $\theta_l = 2\pi \times 2^{-[j/2]} \times l, l = 0, 1, \dots, N, 0 \leq \theta_l \leq 2\pi, N$  为角度个数。

因此, 尺度为  $2^{-j}$ , 方向角为  $\theta_l$ , 位置为  $x_k^{(j,l)} = R_{\theta_l}^{-1}(k_1 \cdot 2^{-j}, k_2 \cdot 2^{-j/2})$  的 Curvelet 为

$$\varphi_{j,l,k}(x) = \varphi_j[R_{\theta_l}(x - x_k^{(j,k)})] \quad (3)$$

其中:  $k$  为位移参量序列, 即  $k = (k_1, k_2)$ ;  $R_{\theta}$  为以  $\theta$  为弧度的旋转,  $R_{\theta_l}^{-1}$  是  $R_{\theta_l}$  的逆;  $R_{\theta}^T$  是  $R_{\theta}$  的转置矩阵;  $R_{\theta}^{-1}$  是  $R_{\theta}$  的逆, 即

$$\begin{cases} R_{\theta} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \\ R_{\theta}^{-1} = R_{\theta}^T = R_{-\theta} \end{cases} \quad (4)$$

因此曲波系数可以简单地表示为函数  $f \in L^2$  和曲波  $\varphi_{j,l,k}$  的内积

$$c(j, l, k) = \langle f, \varphi_{j,l,k} \rangle = \int_{L^2} f(x) \overline{\varphi_{j,l,k}(x)} dx \quad (5)$$

根据 Plancherel 理论, 频率域的 Curvelet 变换定义为

$$\begin{aligned} c(j, l, k) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int \hat{f}(\omega) \overline{\hat{\varphi}_{j,l,k}(\omega)} d\omega \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int \hat{f}(\omega) U_j(R_{\theta_l} \omega) e^{i(x_k^{(j,l)}, \omega)} d\omega \end{aligned} \quad (6)$$

2.1.2 离散 Curvelet 变换

在连续域中频率窗  $U_j$  将频域光滑地分成角度不同的环形(图 2), 即可光滑地提取二进制环区域  $(2^{j-1}, 2^{j+1})$  和角度  $\{-\pi 2^{-j/2} \leq \theta \leq \pi 2^{-j/2}\}$  附近的频率成分。这种分割并不适用于描述图像的二维笛卡尔坐标系。因此采用同中心的方块区域  $\hat{U}_j$  来代替(图 3)。类似于连续域, 定义笛卡尔坐标下的“半径窗”和“角度窗”为

$$\begin{cases} \hat{W}_j(\omega) = \sqrt{\Phi_{j+1}^2(\omega) - \Phi_j^2(\omega)} & j \geq 0 \\ V_j(\omega) = V(2^{[j/2]} \omega_2 / \omega_1) \end{cases} \quad (7)$$

其中:  $\Phi$  是低通的一维窗的乘积;  $\Phi_j(\omega_1, \omega_2) = \phi(2^{-j}\omega_1)\phi(2^{-j}\omega_2)$ 。

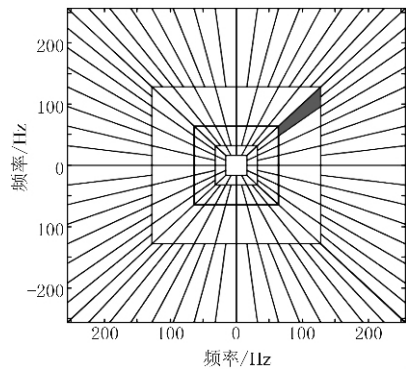


图 3 离散 Curvelet 频率域分块图

再用  $\hat{W}_j$  和  $V_j$  定义“笛卡尔”窗, 即  $\hat{U}_j(\omega) = \hat{W}_j(\omega)V_j(\omega)$ 。然后引入一系列的相同间隔的斜率, 即

$$\tan\theta_l = l \cdot 2^{[j/2]}$$

其中:  $l = -2^{[j/2]}, \dots, 2^{[j/2]} - 1$ 。现定义  $\hat{U}_{j,l}(\omega) = \hat{W}_j(\omega)V_j(S_{\theta_l}\omega)$ , 此处  $S_{\theta}$  为切变矩阵, 即

$$S_{\theta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\tan\theta & 1 \end{pmatrix}$$

因此, 在笛卡尔坐标下的曲波形式为

$$\tilde{\varphi}_{j,l,k}(x) = 2^{3j/4} \tilde{\varphi}_j[S_{\theta_l}^T(x - S_{\theta_l}^T b)]$$

其中:  $b$  为离散值, 即  $b = (k_1 \cdot 2^{-j}, k_2 \cdot 2^{-j/2})$ 。现

定义离散的曲波系数为

$$c(j, l, k) = \int \hat{f}(\omega) \hat{U}_j(\mathbf{S}_{\theta_l}^{-1} \omega) e^{i(\mathbf{S}_{\theta_l}^{-T} b, \omega)} d\omega \quad (8)$$

当  $\theta_l \neq 0$  时, 由于剪切的块  $\mathbf{S}_{\theta_l}^{-T}(k_1 \cdot 2^{-j}, k_2 \cdot 2^{-j/2})$  不是标准的矩形, 因此不能运用快速傅里叶算法。为了恢复矩形网格, 我们需要将剪切算子与  $\hat{f}$  相乘, 即

$$\begin{aligned} c(j, l, k) &= \int \hat{f}(\omega) \hat{U}_j(\mathbf{S}_{\theta_l}^{-1} \omega) e^{i(b, \mathbf{S}_{\theta_l}^{-1} \omega)} d\omega \\ &= \int \hat{f}(\mathbf{S}_{\theta_l} \omega) \hat{U}_j(\omega) e^{i(b, \omega)} d\omega \quad (9) \end{aligned}$$

其中:  $\mathbf{S}_{\theta_l}^{-1}$  为  $\mathbf{S}_{\theta_l}$  的逆;  $\mathbf{S}_{\theta_l}^{-T}$  为  $\mathbf{S}_{\theta_l}^T$  的逆;  $\mathbf{S}_{\theta_l}^T$  为  $\mathbf{S}_{\theta_l}$  的转置矩阵。

### 2.2 基于 Curvelet 变换的多尺度分析技术

实际分析中, 为了突出某一特定频率段的地震数据体的特征, 本文提出突出特定频段特征并兼顾地震数据总体特征的方法, 对式(9)进行修改, 给出了相应的曲波变换公式, 即

$$c(j, l, k) = a_j \int \hat{f}(\omega) \hat{U}_j(\mathbf{S}_{\theta_l}^{-1} \omega) e^{i(b, \mathbf{S}_{\theta_l}^{-1} \omega)} d\omega$$

$$= a_j \int \hat{f}(\mathbf{S}_{\theta_l} \omega) \hat{U}_j(\omega) e^{i(b, \omega)} d\omega \quad (10)$$

其中:  $a_j$  为尺度系数, 且  $\sum a_j = 1, (j=1, 2, \dots, N, \text{为频带数})$ 。对式中的尺度系数  $a_j$  取不同的值, 再进行曲波重构, 就可得到突出特定频带的地震数据体  $y_j$ 。

从图 2 和式(10)中可以看出 Curvelet 变换具有多尺度特性, 在  $f-k$  域中, 曲波位于不同的二进制环中, 式(10)中下标  $j$  代表了不同的尺度,  $c(j, l, k)$  是突出某一频段地震数据的曲波系数。

图 4 为利用 Marmousi2 模型得到的地震记录, 子波为 40Hz 雷克子波。从图中无法辨别比较小的储集体。图 5 是对图 4 中的地震记录进行多尺度分解得到的地震记录, 不同的地震记录分别反映了不同频段的地层特征, 从图中可以看出, 低频段记录反映了主要的构造和断层的轮廓, 高频段记录可反映原来地震记录中所没有的细小的储层和断裂(如图 5c 中红色圆环所圈中的地方), 这说明 Curvelet 变换具有比较强的多尺度特性和局部滤波功能, 能够有效地用于地震数据的多分辨率分析。

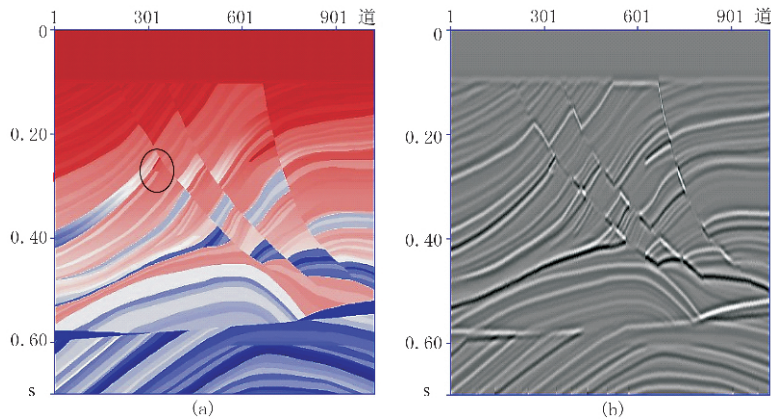


图 4 合成地震记录(子波为 40Hz 的雷克子波)  
(a)Marmousi 2 模型数据; (b)合成地震记录(40Hz 的雷克子波)

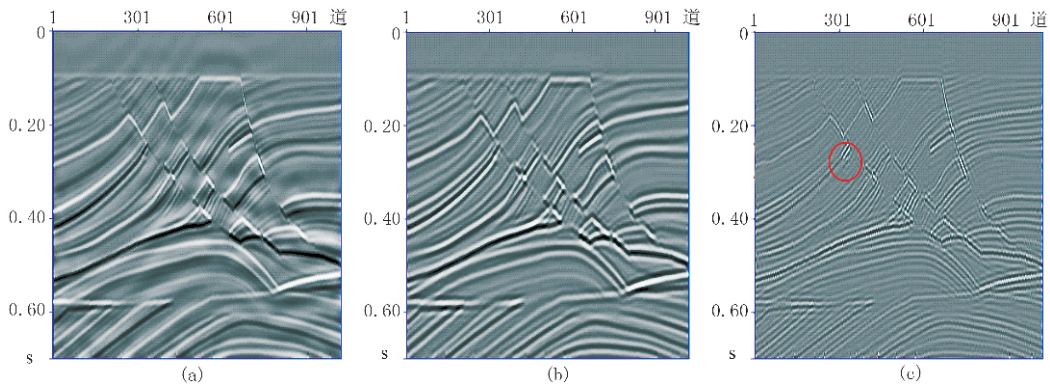


图 5 对图 4 地震数据进行频率重构得到的低频(a)、中频(b)、高频(c)的地震数据



### 2.3 多尺度的相干体计算

为了便于下面的讨论,我们假设了一个包含  $J$  道(如主测线 3 道乘以联络测线 3 道,总数是 9 道)和  $N$  个样点的突出特定频段特征的三维地震数据体  $y_j(j=1,2,\dots,N,)$ 。对这组地震道的每个振幅通过对样点序号  $n$  和道序号  $j$  进行排序,生成数据矩阵  $D$ ,即

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1J} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2J} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{N1} & d_{N2} & \cdots & d_{NJ} \end{bmatrix}$$

则  $D$  的协方差矩阵可表示为如下形式

$$C = D^T D = \sum_{n=1}^N d_n d_n^T$$

$$= \begin{bmatrix} \sum_{n=1}^N d_{n1}^2 & \sum_{n=1}^N d_{n1} d_{n2} & \cdots & \sum_{n=1}^N d_{n1} d_{nJ} \\ \sum_{n=1}^N d_{n1} d_{n2} & \sum_{n=1}^N d_{n2}^2 & \cdots & \sum_{n=1}^N d_{n2} d_{nJ} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{n=1}^N d_{n1} d_{nJ} & \sum_{n=1}^N d_{n2} d_{nJ} & \cdots & \sum_{n=1}^N d_{nJ}^2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

式(11)中的协方差矩阵  $C=D^T D$  是一个对称的、半正定矩阵,其所有的本征值大于或等于 0。基于本征结构的相干性估计可定义为

$$C(y_j) = \max[C(y_j), \bar{p}, \bar{q}] = \frac{\lambda_1}{\text{Tr}[C(y_j)]}$$

$$= \frac{\lambda_1}{\sum_{j=1}^J c_{jj}} = \frac{\lambda_1}{\sum_{j=1}^J \lambda_j} \quad (12)$$

其中: $\lambda_1$  是本征值  $\lambda_j$  中的最大值; $y_j(j=1,2,\dots,N)$ 为突出特定频带的地震数据体; $C_{jj}$ 为  $C(y_j)$ 中的元素; $(\bar{p}, \bar{q})$ 是经过平滑计算后的倾角和方位角对; $\text{Tr}[C(y_j)]$ 为求矩阵  $C(y_j)$ 的迹。利用式(12)对地震数据体  $y_j$  进行相干计算,就会得到突出特定频段的相干体。因此计算的沿层相干切片信息丰富,不同层次的地质特征(如断层、裂缝等)都能清楚地显示出来。

### 3 实例和效果分析

多尺度相干分析结果和传统相干体分析结果比较如图 6 所示。图 6a 是传统的  $C_3$  算法得到的沿层相干时间切片;图 6b~图 6c 是突出不同地质特征

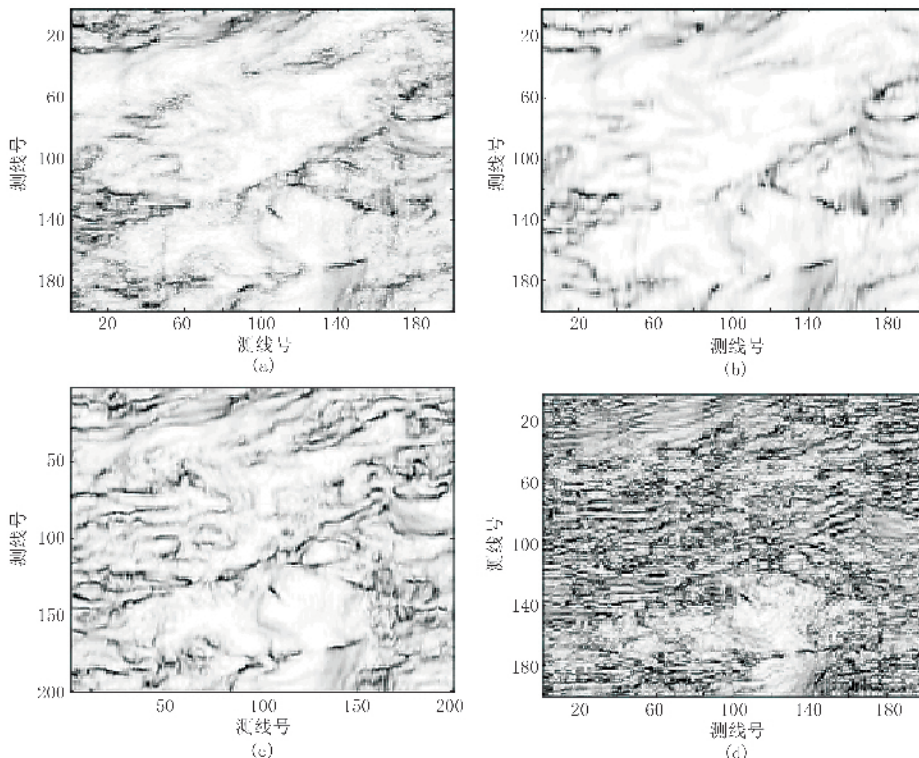


图 6 多尺度相干分析结果和传统相干体分析结果比较

(a)  $C_3$  算法的沿层相干图片;(b)突出低频段特征的相干切片;(c)突出中频段特征的相干切片;(d)突出高频段特征的相干切片

的多尺度相干体沿层切片。比较各图可以看出,它们各有特征,低频相干体主要反映沟谷展布特征,裂缝发育特征(图 6b);高频相干体则可以反映传统相干切片中无法识别的细小断裂及断裂系统的展布(图 6d),中频带相干体则类似于传统相干体,主要反映大断层、大断裂。与传统的相干体数据相比,多尺度相干体的沿层相干切片信息丰富,不同层次的地质特征(如断层、裂缝等)都能清楚地显示出来。

除此之外,根据需要突出的特征不同,可以调整式(10)中的尺度系数权值比例,突出不同频率段的地质特征,可为提高解释精度、实现地质目标的精细解释以及油田的勘探开发奠定良好的基础。

## 4 结论

本文利用 Curvelet 变换的多分辨率特性,研究了多尺度相干体分析技术,并把它与传统相干分析技术进行了比较,通过比较可以得出以下结论。

(1) Curvelet 变换具有良好的多尺度特性和局部滤波功能,将此法用于相干体的分频提取和解释,可以突出特定频带相干体的地质特征,提高解释精度,实现地质目标的精细解释;

(2) 在曲波域对数据进行加权,能够突出特定的频带,实现简单,运算步骤简洁,处理速度较快;

(3) 能够针对地质任务要求,突出特定频带的特征,使不同层次的地质特征(如断层、裂缝等)都能在相应的相干体切片上清楚地显示出来。

## 参考文献

- [1] Bahorich M S, Farmer S L. 3D seismic coherency for faults and stratigraphic features. *The Leading Edge*, 1995, 14: 1053~1058
- [2] Adam G and Marfurt. Eigenstructure-based coherence computations as an aid to 3D structural and stratigraphic mapping. *Geophysics*, 1999, 64 (5): 1446~1479
- [3] 焦李成,谭山. 图像的多尺度几何分析:回顾和展望. *电子学报*, 2003, 31(12A): 1975~1981
- [4] 王西文,杨孔庆,刘全新等. 基于小波变换的地震相干体算法的应用. *石油地球物理勘探*, 2002, 37(4): 328~332
- [5] Vetterli M, Kovacevic J. Wavelets and subband coding. *Prentice Hall PTR Englewood Cliffs New Jersey*, 1995, 171~183
- [6] Donoho D L et al. Data compression and harmonic analysis. *IEEE trans info theory*, 1998, 44(6): 2435~2476
- [7] Candes E J, Donoho D L. Curvelet-a surprisingly effective nonadaptive representation for objects with edges. TN: Van-derbilt Univ Press, 1999
- [8] Candes E, Donoho D L. Continuous curvelet transform: resolution of the wavefront; Set[OL]. Available [www-stat.stanford.edu/~donoho/reports/2003/contcurvelet-transform-I.pdf](http://www-stat.stanford.edu/~donoho/reports/2003/contcurvelet-transform-I.pdf) 2003, 5~6/2004, 8~15
- [9] 张强,郭宝龙. 基于 Curvelet 变换的多光谱图像与全色波段图像融合. *系统工程与电子技术*, 2006, 28, (12)
- [10] 黄薇. Curvelet 变换及其在图像处理中的应用研究. 西安理工大学: 电路与系统, 2007
- [11] Candès E J, Donoho D L. New tight frames of curvelets and optimal representations of objects with piecewise-C2 singularities. *Commun on Pure and Appl Math*, 2004, 57(2): 219~266
- [12] Candès E J et al. Fast discrete curvelet transforms. *Applied and Computational Mathematics*, 2005: 1~43

(本文编辑:金文昱)

## 欢迎订阅 2010 年《石油地球物理勘探》

《石油地球物理勘探》是一份创刊于 1966 年、伴随着我国石油工业的飞速发展而迅速成长起来的优秀科技期刊。她于 1992 年、1997 年蝉联全国优秀科技期刊一等奖,1999 年荣获首届国家期刊奖,2001 年进入中国期刊方阵,获“双高期刊”荣誉;2003 年、2005 年蝉联第二届和第三届国家期刊奖百种重点期刊;2008 年被评为“中国精品科技期刊”。当前已是美国工程引文索引(ESI)收录的源刊。

《石油地球物理勘探》主要报道内容有石油物探的新理论、新方法、新技术、新经验,范围涉及地震资料采集、处理、综合解释、非地震勘探、物探仪器及装备的研制等,为从事石油勘探及相关领域的广大科技和生产人员服务。该刊为双月刊,外加一期增刊。每期定价 42.00 元,全年订价 294.00 元。

凡订阅《石油地球物理勘探》杂志的单位和个人,可以通过本刊的邮寄订单或登录本刊网站下载订单按要求完成订阅。

订阅者可与《石油地球物理勘探》编辑部苏丽霞联系,电话:(0312)3739320