

# AR 模型间隔模式和迭代模式预报地球 定向参数对比

许雪晴<sup>1,2,3</sup>, 周永宏<sup>1</sup>

(1. 中国科学院上海天文台, 上海 200030; 2. 中国科学院研究生院, 北京 100049; 3. 航天飞行动力学技术重点实验室, 北京 100076)

**摘要:** 针对自回归 (AR) 模型, 分别采用间隔模式和迭代模式, 对国际地球自转和参考系服务 (IERS) 的 EOP 08C04 数据序列作预报计算, 并统计预报精度, 对比分析两种预报模式的适用情况。结果表明, AR 模型两种预报模式各有特点, 具体表现为: 在数据利用率以及计算速度方面, 间隔模式数据利用率低, 计算速度快, 而迭代模式数据利用率高, 但计算速度较慢。对于参数预报适用方面, 间隔模式较适合于  $PMX$ 、 $PMY$  短期预报; 迭代模式则较适合  $PMX$ 、 $PMY$  中长期预报, 并且在  $UT1 - UTC$  所有跨度的预报上均表现出精度优势。

**关键词:** 地球定向参数预报; AR 模型; 间隔模式; 迭代模式

**中图分类号:** TP274

## 1 引言

地球定向参数 (earth orientation parameters, EOP)<sup>[1]</sup>反映了地球自转的实时运动状态, 是天球坐标系与地球坐标系之间的转换纽带, EOP 中的极移  $X$ 、 $Y$  分量 (polar motion)  $PMX$ 、 $PMY$  和世界时  $UT1$  与协调时  $UTC$  之差  $UT1 - UTC$  在卫星精密定轨中有重要应用<sup>[2,3]</sup>。现代测地技术 (如甚长基线干涉 (VLBI)、全球定位系统 (GPS)、人卫激光测距 (SLR) 等) 被广泛地应用到地球自转变化的常规监测中, 提供了高精度和高时空分辨率的 EOP 观测资料。然而, 由于复杂的资料处理过程, 目前 VLBI 和 SLR 技术获取的 EOP 往往需要延迟 2~5 d, 因此, 获取高精度 EOP 预报值的研究十分重要。

为了满足日益增长的高精度 EOP 预报值需求, 国际地球自转和参考系服务 (International Earth Rotation and Reference Systems Service, IERS) 于 2005 年 10 月发起了首次地球定向参数预报比赛活动 (The Earth Orientation Parameters Prediction Comparison Campaign, EOP PCC)<sup>[4]</sup>, 此项活动旨在号召全世界地球定向参数预报人员运用不同的方法来预报 EOP, 以此来对比分析现有预报方法的精度及适用情况。此次活动共收到来自 11 位参与人员近 6500 份预报文件。预报活动采用的方法主要有: (a) 最小二乘外推法 (least squares exportation, LSE) 和自回归 (autoregressive, AR) 模型<sup>[5]</sup>; (b) 光谱分析和最小二乘方法<sup>[6-8]</sup>; (c) 人工神经网络 (artificial neural networks, ANN)<sup>[9]</sup>; (d) 卡尔曼

收稿日期: 2012-08-09; 修回日期: 2012-09-04

资助项目: 国家自然科学基金 (11073045, 11133004); 上海市科学技术委员会基金 (06DZ22101); 航天飞行动力学技术重点实验室开放基金 (2012afdl011)

滤波方法 (Kalman filter)<sup>[10,11]</sup>; (e) 小波分解和自协方差预测 (wavelet decomposition and auto-covariance prediction)<sup>[12]</sup>; (f) 大气角动量联合预报日长变化<sup>[13]</sup>。

EOP PCC 活动于 2008 年结束, 并得出一个重要结论: 没有一种单一的预测技术既适合于 EOP 所有参数预报, 又适合于所有跨度预报, 上面列举的前三种方法对 *PMX*、*PMY* 预报稍有优势, 而后三种方法则更适合于 *UT1 - UTC* 预报。

EOP PCC 活动系统分析了不同预报方法的预报精度情况, 但没有考虑同一预报方法下不同预报模式的适用特点。预报模式通常分为间隔预报和迭代预报两种, 间隔预报模式由于实现简单, 计算速度快, 被广泛用于 EOP 预报中, 如王琪洁等采用的人工神经网络间隔预报<sup>[14]</sup>。但是间隔预报要求较长的数据序列, 在数据序列较短的情况下, 随着预报跨度的增大, 数据利用率大为降低, 对 EOP 中长期预报精度不是很理想, 且对规则项不明显的序列预报效果不好; 而迭代预报模式的数据利用不受预报跨度影响, 且对规则项不明显的序列预报效果好。

文章结合经典预报方法自回归模型, 对实测 EOP 数据分别作间隔和迭代预报的计算研究。首先选取 IERS 的 EOP 08C04 数据序列作为基础预报数据, 然后对基础数据进行处理后分别运用两种模式作预报计算, 并与观测值进行比较, 统计预报精度, 对比分析两种预报模式的适用情况。计算结果表明, 间隔模式数据利用率低, 计算速度快, 较适合于 *PMX*、*PMY* 短期预报; 而迭代模式数据利用率高, 但计算速度慢, 更适合于 *PMX*、*PMY* 中长期预报, 且迭代模式对 *UT1 - UTC* 所有跨度预报均表现出明显的精度优势。

文章第二节介绍 AR 模型基本原理, 然后结合 AR 模型介绍间隔和迭代两种模式预报实现流程。第三节分别运用两种模式对 IERS EOP 08C04 数据序列做实例预报计算, 统计精度结果。第四节对实例计算结果作总结说明, 对比分析 AR 模型两种预报模式的适用特点。

## 2 预报方法及模式

### 2.1 AR 模型

AR 模型<sup>[15]</sup>表示平稳随机序列  $Z_t(t = 1, 2, \dots, N)$  与  $t$  时刻以前的规律性变化和  $t$  时刻的白噪声的关系, 其数学模型表示如下:

$$Z_t = \sum_{i=1}^P \varphi_i Z_{t-i} + a_t \quad , \quad (1)$$

其中,  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_P$  为模型参数,  $a$  为白噪声,  $P$  为模型阶数, 上式称为  $P$  阶自回归模型, 简记为  $AR(P)$ 。

运用 AR 模型关键在于确定模型阶数  $P$ , 文章采用终预报误差准则 (FPE) 来确定 AR 模型的阶数  $P$ , 终预报误差准则表示为:

$$FPE(M) = P_M(N + M + 1)/(N - M - 1) \quad , \quad (2)$$

其中

$$P_M = \frac{1}{N - M} \sum_{t=M+1}^N \left( Z_t - \sum_{j=1}^M \varphi_j Z_{t-j} \right)^2 \quad . \quad (3)$$

式(3)中,  $P_M$  为用 AR 模型去拟合  $Z_t$  的剩余均方误差, 当  $M = 1, 2, \dots$  时, 使得  $FPE(M)$  达极小值时的  $M$  就取作 AR 模型的阶  $P$ 。AR 模型的参数  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_P$  可以通过求解 Yule-Walker 方程来确定, 为使模型系数更为有效, 文章采用最小二乘估计逐步递推法, 按照每一步递推过程中使得误差功率  $E_{P+1}$  达到极小的原则来求解方程<sup>[16]</sup>。

## 2.2 间隔预报模式

对于序列  $Z_t(t = 1, 2, \dots, N)$ (数据采样间隔为 1 d), 要计算未来第  $M$  天的预报值, AR 模型间隔预报模式就是, 对取样间隔为  $M$  的基础数据序列直接建立模型, 数据选取格式为:  $Z_j, Z_{j+M}, Z_{j+2M}, \dots, Z_{N-2M}, Z_{N-M}, Z_N$ , 其中,  $j = 1 + \text{mod}((N-1)/M)$ ,  $\text{mod}()$  表示取余数。然后根据 2.1 节介绍的方法求解 AR 模型的最佳阶数  $P$  和系数  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_P$ , 运用式(1)外推即可得到第  $M$  天的预报值  $Z_{N+M}$ , 其中  $a$  设为零:

$$Z_{N+M} = \sum_{i=1}^P \varphi_i Z_{N-(i-1)M} \quad (4)$$

间隔预报模式对所有跨度预报均只需作一次 AR 模型计算, 计算速度快。但随着预报跨度增加, 基础预报序列长度迅速缩短, AR 模型建模误差增大。间隔预报模式实现起来简单, 用流程图表示如下:

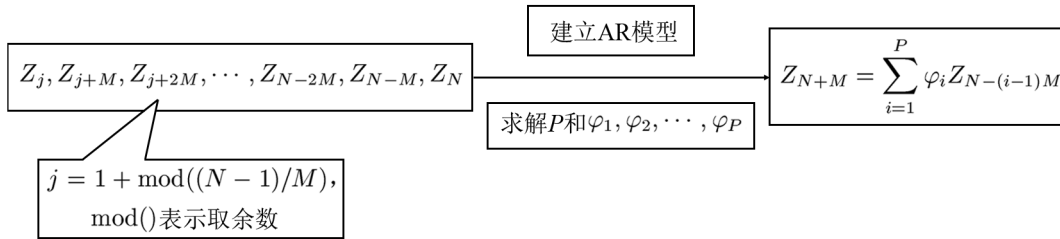


图 1 AR 模型间隔预报模式流程图

## 2.3 迭代预报模式

对长度为  $N$  的序列  $Z_t(t = 1, 2, \dots, N)$ (数据采样间隔为 1 d) 作跨度为  $M$  d 的预报计算, AR 模型迭代预报模式就是, 首先对序列  $Z_1, Z_2, \dots, Z_N$  建立模型, 根据 2.1 节介绍的方法求解最佳模型阶数  $P^{(1)}$  和系数  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{P^{(1)}}$ , 然后运用式(1)外推得到第一天的预报值  $Z_{N+1}$ , 这里  $a$  设为零。

$$Z_{N+1} = \sum_{i=1}^{P^{(1)}} \varphi_i Z_{N+1-i} \quad (5)$$

再把  $Z_{N+1}$  加入原有序列  $Z_t(t = 1, 2, \dots, N)$  中组成新序列  $Z_t(t = 1, 2, \dots, N+1)$ , 然后重新建模、求解  $P^{(2)}$  和  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{P^{(2)}}$ , 进而外推求得第二天的预报值  $Z_{N+2}$ , 依次递推得到第  $M$  天的预报值  $Z_{N+M}$ ,

$$Z_{N+M} = \sum_{i=1}^{P^{(M)}} \varphi_i Z_{N+M-i} \quad (6)$$

也就是说, 跨度为  $M$  d 的预报, 迭代预报模式需要对基础预报序列作  $M$  次 AR 模型计算, 故耗费的时间与间隔模式相比会长一些, 且迭代模式在预报过程中利用了更多的基础序列信息, 反复建立 AR 模型, 因此最终确定的自回归系数更有效。以上过程可以用一个流程图表示如下:

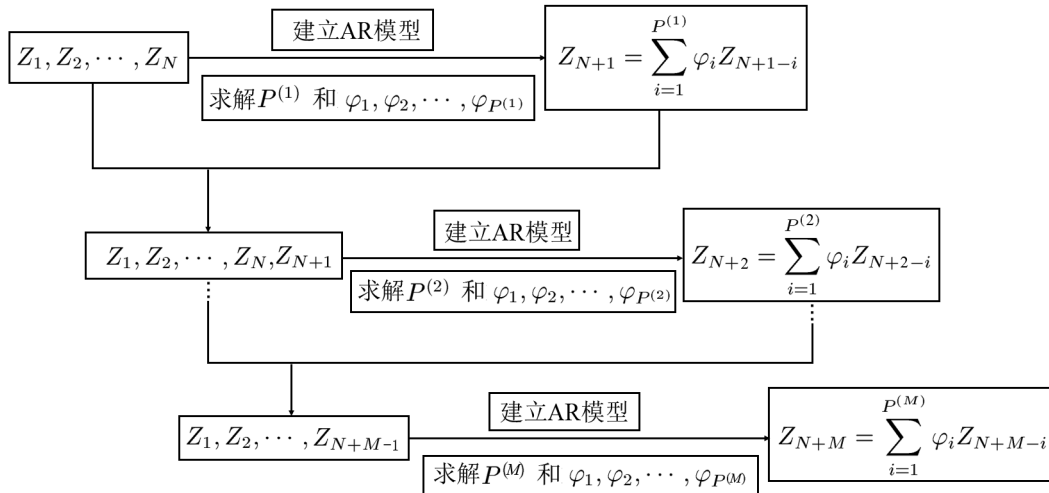


图 2 AR 模型迭代预报模式流程图

### 3 计算实例

以下结合计算实例来进一步对比分析 AR 模型间隔和迭代预报的适用模式情况, 计算分析所用的数据来自 IERS 的 EOP 08C04 序列, 数据采样间隔为 1 d, 时间跨度取 1980 年 1 月 1 日 0 时 ( $UTC$  时) 至 2012 年 2 月 29 日 0 时 ( $UTC$  时)。之所以只选取 1980 年以后的数据作计算分析, 主要是因为 1980 年代现代空间技术 (GPS、SRL、VLBI 等) 应用到地球自转监测中, 使得 EOP 观测精度在 1980 年以后取得了 1~2 个量级的提高。以下主要对 EOP 序列中的  $PMX$ 、 $PMY$  和  $UT1 - UTC$  分别采用 AR 模型间隔和迭代模式进行预报, 然后统计两种模式下不同跨度预报精度, 对比两种预报模式的特点。

在预报计算前, 需要对 EOP 序列做数据预处理<sup>[17]</sup>, 即根据 IERS 规范<sup>[18,19]</sup>, 先去掉  $UT1 - UTC$  序列中的跳秒, 然后扣除  $UT1 - UTC$  序列中周期为 5 d 到 18.6 a 的 62 个固体地球带谐潮汐项, 再对它作差分计算, 得到差分  $UT1 - UTC$  序列。根据第二节介绍的间隔和迭代模式实现流程分别对差分  $UT1 - UTC$  序列和  $PMX$ 、 $PMY$  序列作 AR 模型拟合, 求解合适的模型阶数  $P$  和系数  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_P$ , 然后应用相应的模型参数作预报分别得到  $PMX$ 、 $PMY$  和差分  $UT1 - UTC$  预报值, 最后对差分  $UT1 - UTC$  预报值做逆差分处理, 得到  $UT1 - UTC$  预报值。

为了评估预报精度, 文章选用均方误差 (root mean squared error, RMSE) 作为预报结果的精度指标, 均方误差值  $RMSE$  计算公式如下:

$$RMSE_i = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (P_j^i - O_j^i)^2}, \quad (7)$$

式中,  $O$  为 EOP 观测值,  $P$  为预报值,  $i$  为预报跨度,  $n$  为预报点数。

根据以上所述对  $PMX$ 、 $PMY$  和  $UT1 - UTC$  序列分别作 1~100 d 不同跨度预报, 各跨度预报均计算 700 个点, 与 EOP 观测值作比较计算均方误差值 ( $RMSE$ ), 结果统计于表 1, 表中数值的单位 mas 和 ms 分别表示毫角秒和毫秒。这里需要说明的是, 文章没有统计跨度为 100 d 以上的预报精度, 主要是因为当跨度大于 100 d 时, 间隔预报所需要的基础预报序列长度不到 100 个点, 模型阶数受限, 建模误差会迅速增大。

表 1 AR 模型间隔预报模式与迭代预报模式精度对比 ( $RMSE$ )

跨度/d	$PMX$ /mas		$PMY$ /mas		$UT1 - UTC$ /ms	
	间隔预报	迭代预报	间隔预报	迭代预报	间隔预报	迭代预报
1	0.333	0.436	0.308	0.317	0.041	0.033
2	0.440	0.727	0.612	0.657	0.085	0.066
3	0.926	1.242	0.908	0.975	0.231	0.204
4	1.428	1.716	1.176	1.265	0.339	0.305
5	1.991	2.185	1.423	1.525	0.364	0.337
6	2.348	2.528	1.647	1.740	0.487	0.456
7	2.745	2.989	1.854	1.955	0.611	0.575
8	3.136	3.358	2.032	2.076	0.739	0.705
9	3.542	3.771	2.245	2.329	0.870	0.836
10	3.887	4.095	2.411	2.493	1.232	0.974
15	4.177	4.421	2.689	2.845	1.909	1.667
20	4.525	4.833	3.467	3.681	2.605	2.338
25	5.136	5.394	4.520	4.746	3.241	2.979
30	6.025	6.332	5.663	5.808	3.860	3.540
35	7.113	7.466	6.794	6.941	4.019	3.656
40	8.215	8.566	7.464	7.619	4.306	3.985
45	9.143	9.424	8.552	8.774	4.585	4.283
50	9.975	10.056	9.665	9.878	4.947	4.654
60	11.042	11.019	10.561	10.541	5.768	5.342
70	12.186	12.013	11.211	11.163	6.811	6.473
80	13.294	12.985	12.096	11.847	8.417	7.866
90	14.365	13.853	12.975	12.653	10.282	9.642
100	15.349	14.754	14.033	13.514	12.148	11.568

根据第二节介绍的预报方法和预报模式实现流程, 可以分析两种预报模式的数据利用率和计算速度。对长度为  $N$  的基础预报序列作跨度为  $M$  d 的预报, 间隔模式利用的基础预报序列长度为:  $\text{int}((N-1)/M)$  ( $\text{int}()$  表示取整), 且只需对基础预报序列作一次 AR 模型计算;

而迭代预报模式的基础预报序列长度始终为  $N$ , 且需要对基础预报序列作  $M$  次 AR 模型计算。因此, 间隔预报模式数据利用率随着预报跨度增大而降低, 而迭代模式则保持不变; 在计算速度上间隔模式与迭代模式相比较快, 且预报跨度越大, 间隔模式这种速度优势越明显。

为了直观显示 AR 模型两种预报模式对各参数的预报精度情况, 将表 1 的数据绘于图 3。结合图表来看, AR 模型间隔预报对  $PMX$ 、 $PMY$  短期预报 (1~60 d 左右) 较迭代模式稍有精度优势, 而迭代模式对  $PMX$ 、 $PMY$  中长期预报和  $UT1 - UTC$  所有跨度预报精度则高于间隔模式。这主要是因为,  $PMX$ 、 $PMY$  序列本身比较平稳, 确定性成分明显, 已有变化趋势可以很好地反映未来走势, 因此, 短期预报精度间隔模式会稍好于迭代模式。但是, 由于已有基础预报序列长度有限, 随着预报跨度增大, 间隔模式的基础数据长度迅速减小, AR 模型建模误差增大, 预报精度则不如迭代模式。而  $UT1 - UTC$  序列中不规则成分较大, 未来变化不能很好地从已有趋势中推演, 此时迭代模式就显示出了精度优势, 且随着跨度增大, 精度优势越来越明显。

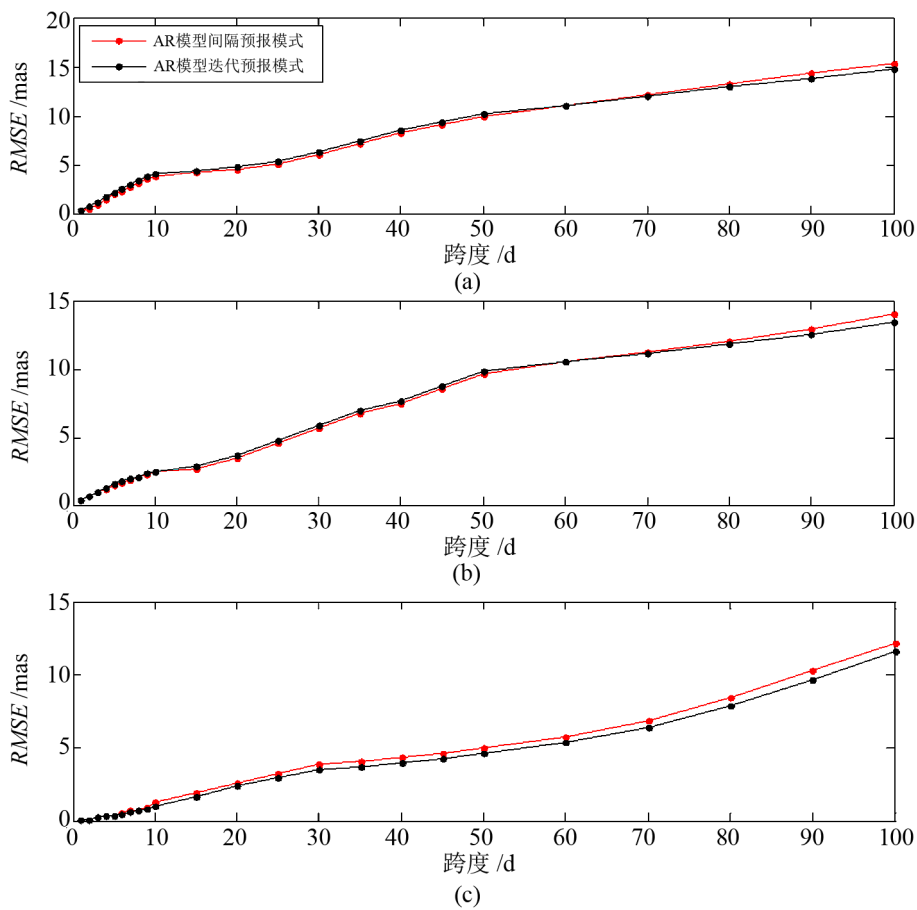


图 3 AR 模型间隔模式和迭代模式预报 EOP 精度对比图  
(a) $PMX$ ; (b) $PMY$ ; (c) $UT1 - UTC$ 。

## 4 结 论

文章结合经典预报方法 AR 模型, 对间隔模式和迭代模式的预报实现流程进行了详细描述。同时选取 IERS 1980 年以后的 EOP 08C04 数据序列作为基础预报序列, 分别运用两种预报模式对 EOP 数据序列作预报计算, 并与实际观测值比较统计两种模式下的预报精度。研究表明, AR 模型间隔预报模式数据利用率低, 对资料长度要求高、计算速度快, 比较适合规则项明显、变化平稳、资料较长的数据序列预报, 在文章计算实例中, 间隔模式对  $PMX$ 、 $PMY$  的短期 (1 ~ 60 d) 预报表现出了精度优势; 而 AR 模型迭代预报模式数据利用率高, 但计算速度相对较慢, 较适合于中长期预报, 且对规则项不明显的的数据序列预报表现出明显优势, 此外, 迭代模式对  $PMX$ 、 $PMY$  中长期预报和  $UT1 - UTC$  所有跨度预报精度均较间隔模式高。

**致 谢:** 对提供地球定向参数数据和潮汐改正公式的国际地球自转和参考系服务 (IERS) 表示感谢, 对上海天文台廖德春老师给予的有益讨论和帮助表示感谢。

### 参考文献:

- [1] Eubanks T M. Variations in the orientation of the Earth. Washington DC: AGU Press, 1993
- [2] Zhou Y H, Salstein D A, Chen J L. JGR, 2006, 111(D12): 3
- [3] 周永宏, 郑大伟, 虞南华, 等. 科学通报, 2000, 45(24): 2588
- [4] Kalarus M, Schuh H, Kosek W, et al. J Geod, 2010, 84(10): 590
- [5] Kosek W, Kalarus M, Niedzielski T. In: Capitaine N, ed. Proc Journées 2007, Systèmes de Référence Spatio-Temporels. Paris: Observatoire de Paris, 2008: 165
- [6] Akulenko L D, Kumakshev S A, Markov Y G. Dokl Phys, 2002a, 47: 79
- [7] Akulenko L D, Kumakshev S A, Rykhlova L V. Astron Rep, 2002b, 46: 80
- [8] Akulenko L D, Kumakshev S A, Rykhlova L V. Astron Rep, 2002c, 46: 862
- [9] Schuh H, Ulrich M, Egger D, et al. J Geod, 2002,76(5): 251
- [10] Freedman A P, Steppe J A, Dickey J O, et al. J GR, 1994, 99(B4): 6988
- [11] Gross R S, Eubanks T M, Steppe J A, et al. J Geod, 1998,72(4): 225
- [12] Kosek W, Kalarus M, Johnson T J, et al. Artif Satell, 2005a, 40(2): 122
- [13] 王琪洁, 廖德春, 周永宏, 等. 天文学报, 2008, 49(1): 95
- [14] 王琪洁, 廖德春, 周永宏. 科学通报, 2007, 52(15): 1730
- [15] Akaike H. Ann Inst Stat Math. New York: Wiley-Interscience, 1971
- [16] 叶叔华, 黄城. 天文地球动力学. 山东: 山东科技大学出版社, 2002
- [17] 许雪晴, 周永宏. 飞行器测控学报, 2010, 29(2): 73
- [18] Gerard P, Brain L. IERS Conventions (2010). Germany: Bundesamt für Kartographie und Geodäsie, 2011
- [19] Dennis D M, Gerard P. IERS Conventions (2003). Germany: Bundesamt für Kartographie und Geodäsie, 2004

## Comparison of Prediction of Earth Orientation Parameters by Interval and Iterative Modes of AR Model

XU Xue-qing<sup>1,2,3</sup>, ZHOU Yong-hong<sup>1</sup>

(1. Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030; 2. Graduate University of Chinese Academy of Science, Beijing 100049; 3. Science and Technology on Aerospace Flight Dynamics Laboratory, Beijing 100076)

**Abstract:** Making the prediction of earth orientation parameters(EOP) by autoregressive (AR) model with the interval and iterative mode respectively, the base prediction data is from the International Earth Rotation and Reference System Service (IERS) EOP 08C04 data sequence. Results show that the two AR prediction modes have different characteristics. The interval AR mode shows faster computing speed, and has higher accuracy on short-term (1~60 days) prediction for polar motion (*PMX* and *PMY*), While the iterative AR mode has higher degree of data utilization, lower computing speed, and higher accuracies on the prediction of *UT1 - UTC* and medium- to long-term polar motion (*PMX* and *PMY*).

**Key words:** EOP prediction; AR model; interval mode; iterative mode