

文章编号: 1000-5013(2011)03-0269-07

部分相干圆偏振涡旋光束的深聚焦

陈宝算, 蒲继雄

(华侨大学 信息科学与工程学院, 福建 泉州 362021)

摘要: 基于德拜理论, 研究部分相干圆偏振涡旋光束的深聚焦特性, 比较左旋和右旋部分相干圆偏振涡旋光束的不同深聚焦特性, 并给出相应的物理解释. 分析入射光束相干性和聚焦透镜数值孔径大小对深聚焦特性的影响. 研究表明, 入射光束的相干度和聚焦透镜的数值孔径大小, 都会影响深聚焦焦平面的光强和相干度. 通过控制各相关参数的取值, 可以在聚焦场中获得有广泛实际应用的平顶光束.

关键词: 深聚焦; 德拜理论; 涡旋光束; 角动量; 部分相干

中图分类号: O 436 **文献标志码:** A

经过高数值孔径聚焦的激光束具有比普通聚焦更小的光斑, 在平版印刷术、光数据存储、粒子束囚禁及数据处理等方面都有广泛的应用^[1-2]. 因而, 已有不少学者对不同光束如圆柱偏振光束、线偏振光束等的深聚焦特性做了大量的研究^[1,3-5]. 近年来, 很多学者对一种新型的光束——涡旋光束也做了广泛的研究^[6-8]. 圆偏振涡旋光束同时带有自旋角动量和轨道角动量, 经过高数值孔径透镜聚焦时, 两种角动量之间可以互相转化^[9]. 但是到目前为止, 深聚焦的主要研究工作限于完全相干涡旋光束, 有关部分相干圆偏振涡旋光束的深聚焦未见报道. 部分相干光与完全相干光相比, 具有许多特殊的性质^[10], 对部分相干涡旋光束经高数值孔径透镜的研究具有重要的意义. 本文根据德拜理论推导出了部分相干圆偏振拉盖耳-高斯光束通过高数值孔径聚焦以后的光场表达式, 研究了部分相干圆偏振涡旋光束的聚焦特性, 重点讨论入射光束的相干度及透镜的数值孔径大小对涡旋光束深聚焦特性的影响^[11].

1 理论推导

以拉盖耳-高斯光束为研究的涡旋光束模型, 考虑 $p=0$ 的情况, 则在源平面 ($z=0$) 上完全相干的拉盖耳-高斯光束的复振幅分布为

$$E_m(r) = \left(\frac{\sqrt{2}r}{w_0}\right)^{|m|} \exp\left(-\frac{r^2}{w_0^2}\right). \quad (1)$$

式(1)中: w_0 为光斑大小, m 为拓扑荷数. 一般透镜符合正弦近似条件^[11], 即 $r = f \sin \theta$, 故经过高数值孔径聚焦后, 该涡旋光束的孔径函数可以表示为

$$E_m(\theta) = \left(\frac{\sqrt{2}f \sin \theta}{w_0}\right)^{|m|} \exp\left(-\frac{f^2 \sin^2 \theta}{w_0^2}\right). \quad (2)$$

考虑到部分相干, 拉盖耳-高斯光束孔径处的交叉谱密度表达式为^[12]

$$A(\theta_1, \theta_2) = \left(\frac{2f^2 \sin \theta_1 \sin \theta_2}{w_0^2}\right)^{|m|} \exp\left[-\frac{f^2(\sin^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_2)}{w_0^2}\right] \times \exp\left[-\frac{f^2(\sin \theta_1 - \sin \theta_2)^2}{L_c^2}\right]. \quad (3)$$

式(3)中: L_c 为相干长度.

高数值孔径聚焦的光学系统, 如图 1 所示. 根据德拜理论, 圆偏振光束经过高数值孔径聚焦后, 其光场表达式^[11]可以表示为

收稿日期: 2009-09-23

通信作者: 蒲继雄(1962-), 男, 教授, 主要从事光束传输与非线性光学的研究. E-mail: jixiong@hqu.edu.cn.

基金项目: 福建省科技计划重点项目(2007H0027); 福建省自然科学基金资助项目(A0810012)

$$E(r, \theta, z) = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = -\frac{ikf}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta} A(\phi) \exp(im\phi) \times \sin \sqrt{\cos^2 \phi \cos^2 \theta + \sin^2 \phi} \exp[ik(z \cos \theta + r \sin \theta \cos(\phi - \theta))] J \times \begin{bmatrix} (\cos^2 \phi \cos^2 \theta + \sin^2 \phi) \pm i \cos \phi \sin \phi (\cos \theta - 1) \\ \cos \phi \sin \phi (\cos \theta - 1) \pm i (\cos^2 \phi + \sin^2 \phi \cos \theta) \\ \sin \theta \exp(\pm i\phi) \end{bmatrix} d\phi d\theta. \quad (4)$$

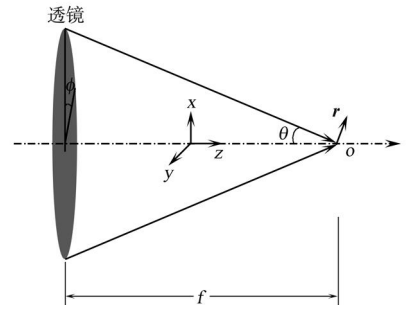


图1 深聚焦光学系统
Fig.1 Scheme of tight focusing optical system

式(4)中: r 和 z 为观察点的柱坐标表示形式; $k = 2\pi/\lambda$ 为波矢; f 为高数值孔径透镜的焦距; $A(\phi)$ 是光场在透镜光阑表面的孔径函数表示式; θ 为最大数值孔径角, 与数值孔径 NA 的关系可以表示为 $\theta = \arcsin(NA/n)$ (n 为介质的折射率).

从式(1)可以看出, 对于圆偏振涡旋光束, 不考虑其带有的涡旋相位因子 $\exp(im\phi)$, 光场的 z 分量表达式还带有一个 $\exp(\pm i\phi)$ 因子. 也就是说, 该圆偏振激光束每个光子本身带有一个自旋角动量.

利用公式^[13]:

$$\exp[ikr \sin \theta \cos(\phi - \theta)] J_l = i^l J_l(kr \sin \theta) \exp[i l(\phi - \theta)], \quad (5)$$

$$\int_0^{2\pi} \exp(im\phi) d\phi = \begin{cases} 2\pi, & m = 0; \\ 0, & m \neq 0. \end{cases} \quad (6)$$

经过复杂的积分运算, 光场的 x, y 和 z 分量表达式可以简化为

$$E_{\pm x}(r, \theta, z) = -\frac{ikf}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta} A(\phi) \sin \sqrt{\cos^2 \phi \cos^2 \theta + \sin^2 \phi} \exp(ikz \cos \theta) \times \{ (1 + \cos \theta) i^m J_m(kr \sin \theta) \exp(im\phi) + (\cos \theta - 1) i^{m \pm 2} J_{m \pm 2}(kr \sin \theta) \exp[i(m \pm 2)\phi] \} d\phi, \quad (7)$$

$$E_{\pm y}(r, \theta, z) = -\frac{ikf}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta} A(\phi) \sin \sqrt{\cos^2 \phi \cos^2 \theta + \sin^2 \phi} \exp(ikz \cos \theta) \times \{ \pm i \times (1 + \cos \theta) i^m J_m(kr \sin \theta) \exp(im\phi) \mp i (\cos \theta - 1) i^{m \pm 2} J_{m \pm 2}(kr \sin \theta) \exp[i(m \pm 2)\phi] \} d\phi, \quad (8)$$

$$E_{\pm z}(r, \theta, z) = -ikf \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta} A(\phi) \sin^2 \sqrt{\cos^2 \phi \cos^2 \theta + \sin^2 \phi} \exp(ikz \cos \theta) \times i^{m \pm 1} J_{m \pm 1}(kr \sin \theta) \exp[i(m \pm 1)\phi] d\phi. \quad (9)$$

式(7)~(9)中: 光场3个分量 x, y 和 z 的表达式分别具有两种不同的表示, 这里定义 $E_{+,i}(r, \theta, z)$ ($i = x, y, z$) 为右旋圆偏振光, $E_{-,i}(r, \theta, z)$ ($i = x, y, z$) 为左旋圆偏振光^[9].

另外, 从式(9)还可以看出, 光场 z 分量的拓扑电荷数从 $l = m$ 变化到 $l = m \pm 1$, 这意味着圆偏振涡旋光束的自旋角动量转化成了轨道角动量, 并且右旋涡旋光束的自旋角动量增大了聚焦后的轨道角动量 ($l = m + 1$), 而左旋涡旋光束的自旋角动量减小了聚焦后的轨道角动量 ($l = m - 1$).

根据文献^[14], 观察平面上部分相干圆偏振涡旋光束的交叉谱密度为

$$W_{i,j}(r_1, r_2, z) = E_i^*(r_1, z) E_j(r_2, z), \quad i, j = x, y, z. \quad (10)$$

式(10)中: r_1, r_2 和 θ_1, θ_2 分别是观察平面上任意两位置矢量 r_1, r_2 的模值和辐角. 若令 $r_1 = r_2 = r, \theta_1 = \theta_2 = \theta$, 则可由式(11)求得聚焦以后部分相干圆偏振涡旋光束的总光强为

$$I_t(r, \theta, z) = W(r, r, z) = W_{x,x}(r, r, z) + W_{y,y}(r, r, z) + W_{z,z}(r, r, z) = I_x(r, \theta, z) + I_y(r, \theta, z) + I_z(r, \theta, z). \quad (11)$$

由式(10)同时可以求得, 观察平面上任一点 r, θ 不同方向上的互相关系数^[14]为

$$\mu_{i,j}(r) = W_{i,j}(r) / \sqrt{W_{i,i}(r) W_{j,j}(r)}, \quad i, j = x, y, z. \quad (12)$$

以上给出了部分相干圆偏振涡旋光束经过高数值孔径聚焦后, 其在聚焦场的光强及相干度表达式. 根据这些表达式进行数值模拟, 可以研究部分相干圆偏振涡旋光束经过高数值孔径聚焦的聚焦特性.

2 数值模拟结果及讨论

以下所有计算中,所选透镜焦距 f 为 1 cm,激光束光斑半径 w_0 为 2 cm,激光光束波长 为 632.8 nm 和折射率 n 为 1.3,所有位置坐标均用 归一化,所有光强均对总光强归一化.

零阶部分相干右旋圆偏振涡旋光束经过高数值孔径聚焦后,其在焦平面上及焦平面附近的光强分布,如图 2 所示. 图 2 中 : $m=0, L_c=1$ cm, $NA=1.2$. 经验证,对于零阶情况,右旋和左旋圆偏振对聚焦光强没有影响,所以只给出右旋的情况. 为了更加直观地展示聚焦场的光强分布情况,分别给出两个不同截面(传输平面 $r-z$ 平面以及焦平面 $x-y$ 平面)的光强分布灰度图,以及焦平面上的光强分布曲线图.

显然,零阶拉盖耳-高斯光束不带有轨道角动量,而是只带有自旋角动量. 所以,图 2 中传输光强(即 $r-z$ 平面光强), $I_t(r, \theta, z), I_x(r, \theta, z)$ 和 $I_y(r, \theta, z)$ 都是高斯型光强分布. 但是,从图 2(d), (f) 可以看出, $I_z(r, \theta, z)$ 为空心型光强分布. 这意味着聚焦以后,圆偏振涡旋光束 z 方向分量的自旋角动量转化成了轨道角动量,从而使得零阶拉盖耳-高斯光束带有一个涡旋相位因子,产生空心型的光强分布.

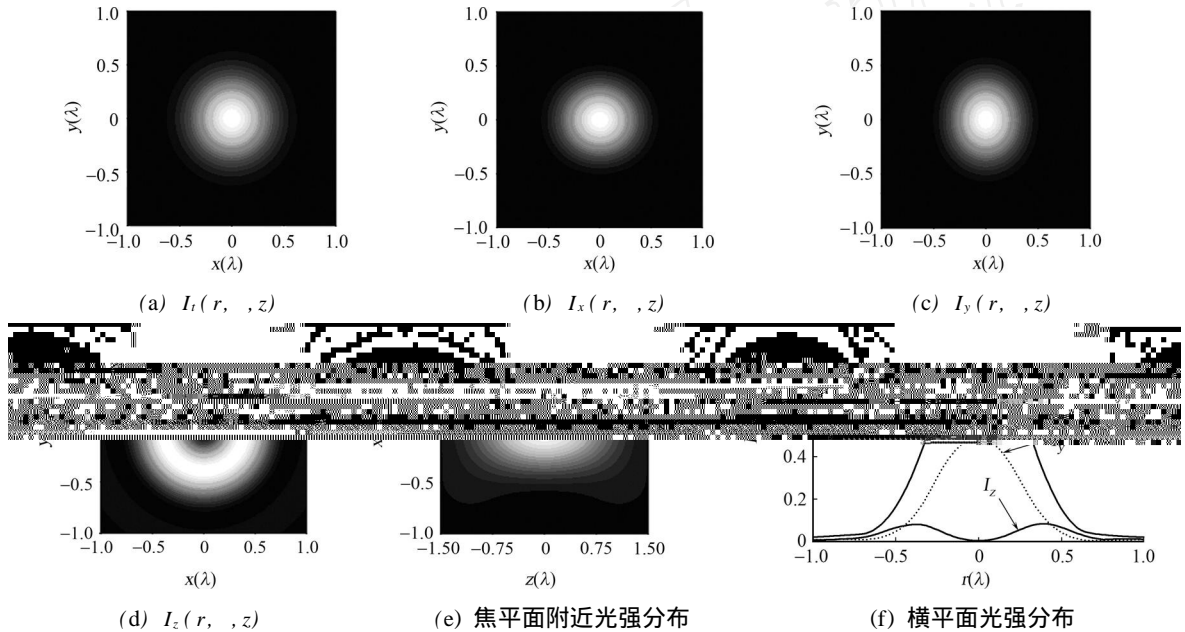


图 2 零阶部分相干右旋圆偏振涡旋光束在焦平面附近光强分布

Fig. 2 Intensity distribution for the right-circular polarized partially coherent zero-order vortex beam near the focal plane

一阶 ($m=1$) 右旋和左旋圆偏振拉盖耳-高斯光束聚焦后,其在焦平面上及焦平面附近的光强分布情况,如图 3, 4 所示. 图 3, 4 中 : $m=1$, 其他参数与图 2 相同. 比较图 2, 3 可以看出,一阶拉盖耳-高斯光束聚焦后, $I_t(r, \theta, z), I_x(r, \theta, z), I_y(r, \theta, z), I_z(r, \theta, z)$ 及传输光强都为空心型光强分布. 这主要是一阶右旋拉盖耳-高斯光束带有一个涡旋相位因子的缘故. 空心型光强分布是涡旋光束的一个显著特征.

从图 3(f) 可以看出, $I_z(r, \theta, z)$ 的空心现象比 $I_x(r, \theta, z)$ 和 $I_y(r, \theta, z)$ 明显得多. 分析其原因,主要是由于由右旋圆偏振涡旋光束的自旋角动量转化而来的轨道角动量,与该一阶涡旋光束本身所带有的轨道角动量同向. 即轨道角动量由 $l=m=1$ 变化到 $l=m+1=2$, 增大了光束的轨道角动量,从而增大

(a) $I_t(r, \theta, z)$

(b) $I_x(r, \theta, z)$

(c) $I_y(r, \theta, z)$

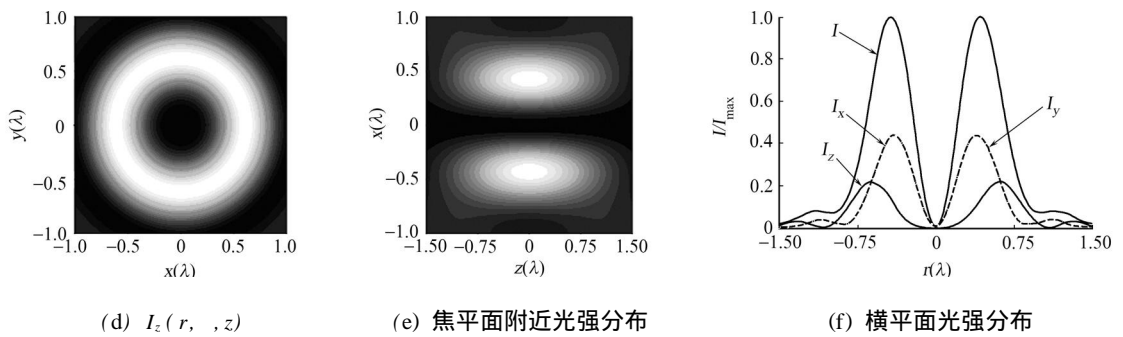


图3 一阶部分相干右旋圆偏振涡旋光束在焦平面附近光强分布

Fig.3 Intensity distribution for the first-order right-circular polarized partially coherent vortex beam near the focus

了 z 方向分量光强分布的空心现象.

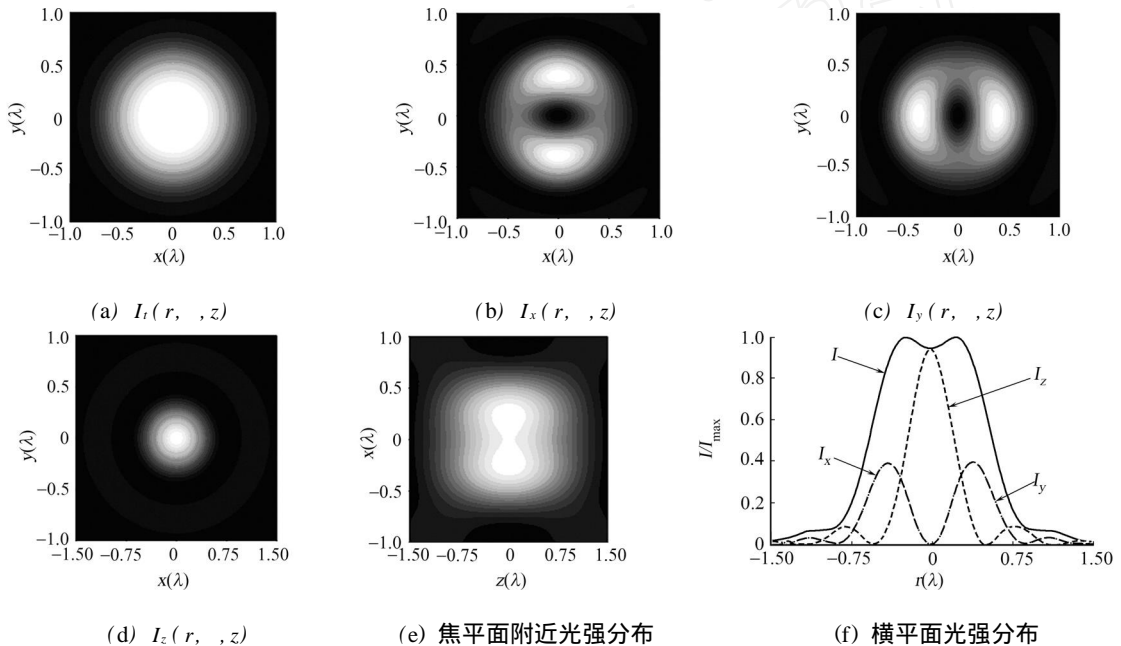


图4 一阶部分相干左旋圆偏振涡旋光束在焦平面附近光强分布

Fig.4 Intensity distribution for the first-order left-circular polarized partially coherent vortex beam near the focus

从图4可以看出,传输光强、总光强及 z 分量光强都不再为空心型光强分布,尤其是 z 分量中心光强分布类似于高斯型光强分布. 这主要是因为对左旋圆偏振涡旋光束,自旋角动量转化而来的轨道角动量与光束本身所带有的轨道角动量反向. 即轨道角动量由 $l = m = 1$ 变化到 $l = m - 1 = 0$,从而使得左旋圆偏振涡旋光束不再带有轨道角动量. 所以,其光强分布不会为空心型光强分布.

部分相干圆偏振涡旋光束经高数值孔径透镜聚焦后,聚焦光强受入射光束相干度和透镜数值孔径大小的影响,如图5,6所示. 图5,6中: $\theta = \pi/4, z = 0$ (焦平面上), $m = 1$. 从图5,6可看出,随着入射光束相干长度及透镜数值孔径的增大,无论是左旋还是右旋圆偏振涡旋光束聚焦以后,光强都随之增大. 不同的是,左旋圆偏振涡旋光束的中心光强不为零,且通过调整一定的参数值 ($L_c = 1 \text{ cm}, NA = 1.25$),可以得到具有广泛应用的平顶光束,如图6(b)^[15]. 从光强分布情况来看,其空心现象随着入射光束相干度的增大而增大,但随着透镜数值孔径的增大而减小.

右旋和左旋圆偏振涡旋光束在焦平面上的相干度分布情况,以及传输过程中相干度的变化情况,如图7,8所示. 图7,8中: $m = 1, L_c = 0.6 \text{ cm}, NA = 1.2$. 由于传输过程中轴上点光强始终为零,不便于传输过程相干度的比较,故取图8(a),(b)中 $r = 1, \theta = \pi/4$ 点进行数值模拟. 由图7可得,在焦平面上离轴较近的地方 (r 较小时),3个方向相干度都维持在1附近;随着 r 的逐渐增大,3个方向相干度都出现振荡. 表明在焦平面上光轴附近处的点,其任意两个方向基本为完全相干;当所研究的点逐渐远离光轴

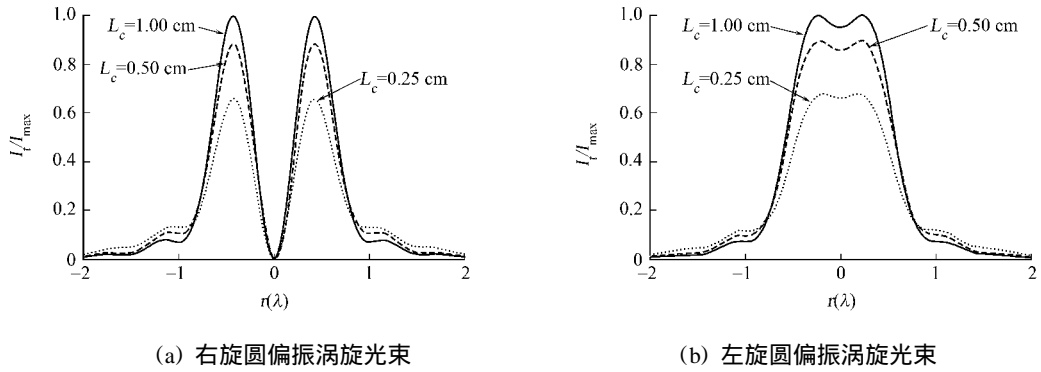


图 5 不同入射光束相干度对焦平面上光强的影响

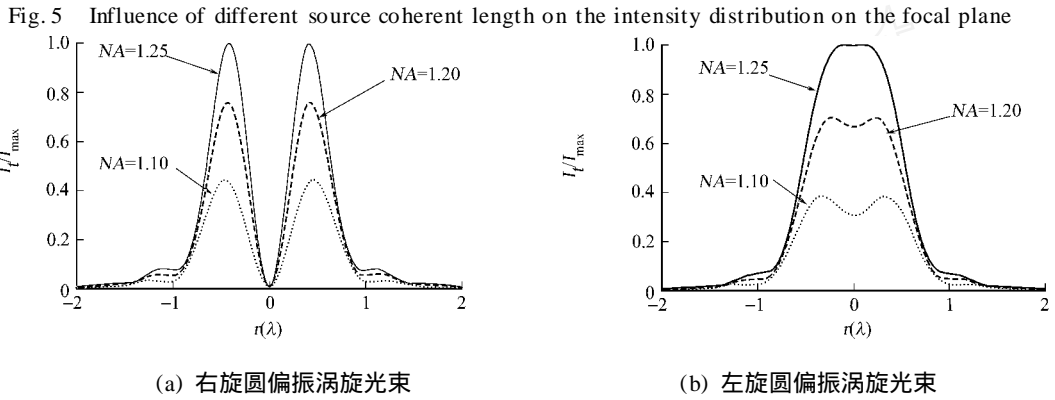


图 6 不同透镜数值孔径对焦平面上光强的影响

Fig. 6 Influence of different numerical-aperture on the intensity distribution on the focal plane 时,其任意两个方向的相干度逐渐变为部分相干,从而使得图 7 (a), (b) 中的相干度曲线出现振荡.

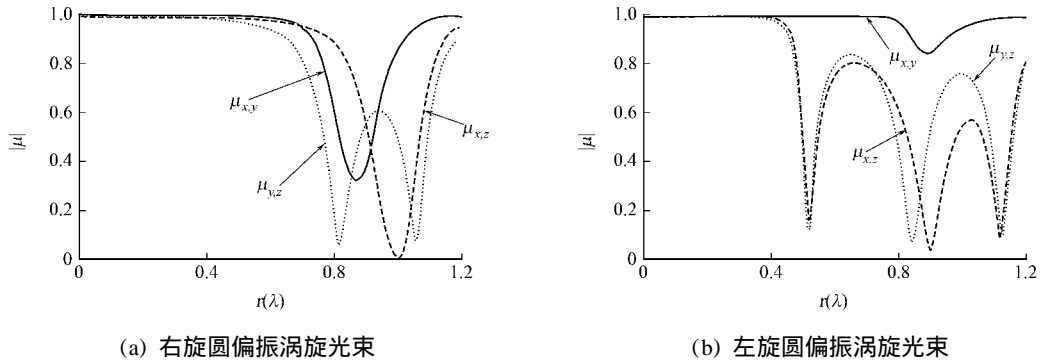


图 7 部分相干圆偏振涡旋光束在焦平面上相干度分布情况

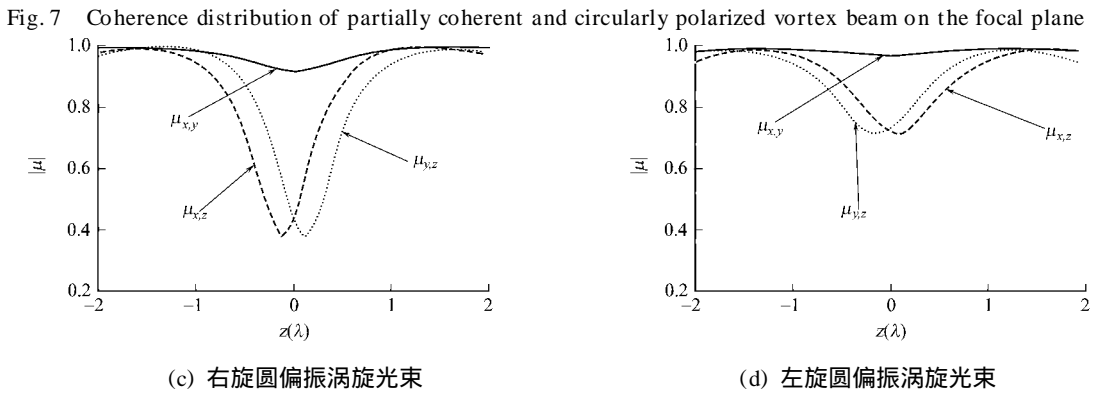


图 8 部分相干圆偏振涡旋光束在焦平面附近相干度分布情况

Fig. 8 Coherence distribution of partially coherent and circularly polarized vortex beam near the focus 从图 8 (a), (b) 可以发现,沿着光传输的方向(即 z 方向)上,3 个方向相干度分别在焦平面附近出现最小值.这是因为深聚焦可以在焦平面附近得到极小光斑,光强较强.根据式 (12) 可知,相干度会在焦

平面附近出现最小值.值得注意的是,对于右旋圆偏振涡旋光束, $|\mu_{x,z}|$ 在焦平面前 ($z < 0$) 达到最小值,而 $|\mu_{y,z}|$ 则是在焦平面后 ($z > 0$) 达到最小值;但对左旋圆偏振涡旋光束,情况则相反.

另外,不管是右旋还是左旋圆偏振涡旋光束, $|\mu_{x,y}|$ 都是在焦平面上 ($z = 0$) 出现最小值,并且 $|\mu_{x,z}|$ 和 $|\mu_{y,z}|$ 明显比 $|\mu_{x,y}|$ 小.这主要是因为深聚焦使得在焦平面附近产生了一个较强的纵向分量.

入射光束相干度及透镜数值孔径大小对部分相干圆偏振涡旋光束深聚焦的相干度特性的影响,如图9,10所示.图9的参数与图5相同.为方便起见,这里只取相干度 $|\mu_{x,y}|$ 进行研究.由图9(a),(b)可得,当 r 比较小时,3种不同入射光束相干度情况的 $|\mu_{x,y}|$ 的曲线吻合得较好,大小都保持在1.这意味着在离轴比较近的地方,入射光束相干度的变化对 $|\mu_{x,y}|$ 的影响不是很大,但当 r 逐渐增大时, $|\mu_{x,y}|$ 的值出现振荡,3条曲线的区别逐渐体现出来.由此可以看出,当入射部分相干光束相干度越大时,经过高数值孔径聚焦以后, $|\mu_{x,y}|$ 振荡会达到越小的值.从图10(a),(b)可以看出,当入射光束相干度不变时,随着透镜数值孔径的增大,在径向方向上, $|\mu_{x,y}|$ 在离轴越远的地方开始出现振荡.此外,图9(b),图10(b)的曲线相应比图9(a),图10(a)平滑,可见部分相干左旋圆偏振涡旋光束深聚焦的相干特性受入射光束相干性和透镜的数值孔径大小的影响,比部分相干右旋圆偏振涡旋光束相应来得小.

从图5,6可看出,当入射光束相干性和透镜的数值孔径变化时,对于右旋圆偏振涡旋光束,在 $r > 0$ 处的光强变化相对 $r = 0$ 处的光强变化较大;对于左旋圆偏振涡旋光束,在 $r > 0$ 处的光强变化相对 $r = 0$ 处的光强变化较小,基本为同步变化.相干度变化又与光强变化紧密相关,从而使使得右旋圆偏振涡旋光束深聚焦的相干特性,受入射光束相干性和透镜的数值孔径大小的影响比左旋圆偏振涡旋光束大.

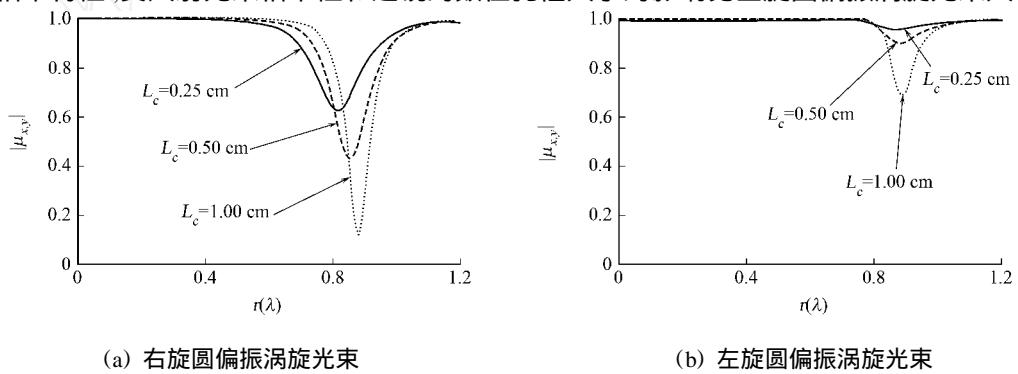


图9 不同入射光束相干长度对焦平面上相干度的影响

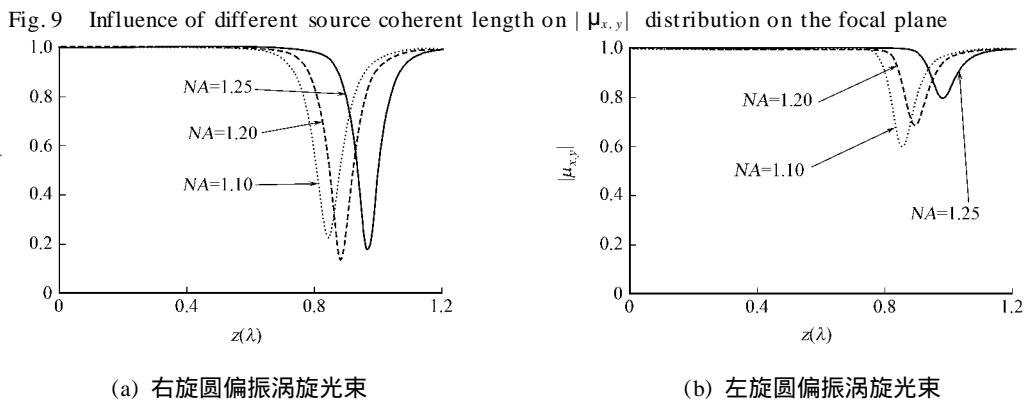


图10 不同透镜数值孔径对焦平面上相干度的影响

Fig. 10 Influence of different numerical-aperture on $|\mu_{x,y}|$ distribution on the focal plane

3 结论

分别推导出了部分相干右旋和左旋圆偏振涡旋光束的光强和相干度表达式.根据公式进行数值模拟,研究和比较了部分相干右旋和左旋圆偏振涡旋光束经高数值孔径聚焦的不同聚焦特性,以及相关参量变化对涡旋光束深聚焦特性的影响.研究发现,部分相干左旋圆偏振涡旋光束深聚焦的相干特性受入射光束相干性和透镜的数值孔径大小的影响,比部分相干右旋圆偏振涡旋光束相应来得小.

此外,部分相干圆偏振涡旋光束经高数值孔径透镜聚焦后,光束本身带有的自旋角动量会转化成轨道角动量.这一研究成果对于利用涡旋光束的深聚焦进行微粒操控等方面应用,具有十分重要的意义.

参考文献:

- [1] LERMAN G M, LEVY U. Tight focusing of spatially variant vector optical fields with elliptical symmetry of linear polarization[J]. *Opt Lett*, 2007, 32(15): 2194-2196.
- [2] HE H, FRIESE M E J, HECKENBERG N R, et al. Direct observation of transfer of angular momentum to absorptive particles from a laser beam with a phase singularity[J]. *Phys Rev Lett*, 1995, 75(5): 826-829.
- [3] ZHANG Zhi-ming, PU Ji-xiong, WANG Xi-qing. Focusing of partially coherent Bessel-Gaussian beams through a high numerical-aperture objective[J]. *Opt Lett*, 2008, 33(1): 49-51.
- [4] GROSJEAN T, COURJON D. Smallest focal spots[J]. *Opt Commun*, 2007, 272(2): 314-319.
- [5] ZHAN Q, JAMES R L. Focus shaping using cylindrical vector beams[J]. *Opt Express*, 2002, 10(7): 324-331.
- [6] ZHAN Q. Properties of circularly polarized vortex beams[J]. *Opt Lett*, 2007, 31(7): 867-869.
- [7] BISS D P, BROWN T G. Primary aberrations in focused radially polarized vortex beams[J]. *Opt Express*, 2004, 12(3): 384-393.
- [8] 王涛, 蒲继雄, 陈子阳, 等. 部分相干光束在湍流大气中传输时的偏振变化[J]. *华侨大学学报:自然科学版*, 2008, 29(2): 198-202.
- [9] ZHAO Y, SCOTT E J, JEFFRIES G D M, et al. Spin-to-orbital angular momentum conversion in a strongly focused optical beam[J]. *Phys Rev Lett*, 2007, 99(7): 073901(4).
- [10] 陈宝算, 王涛, 陈子阳, 等. 高斯-贝塞尔光束在湍流大气中的传输特性[J]. *华侨大学学报:自然科学版*, 2008, 29(3): 347-352.
- [11] GU M. *Advanced optical imaging theory*[M]. New York: Springer-Verlag, 1999.
- [12] WANG W, FRIBERG A T, WOLF E. Focusing of partially coherent light in systems of large Fresnel numbers[J]. *J Opt Soc Am A*, 1997, 14(2): 491-496.
- [13] GRADYSTEYN I S, RYZHIK I M. *Table of integrals, series, and products*[M]. New York: Academic Press, 2000.
- [14] LINDFORS K, SETALA T, KAIVOLA M, et al. Degree of polarization in tightly focused optical fields[J]. *J Opt Soc Am (A)*, 2005, 22(3): 561-568.
- [15] DICKEY F M, HOLSWADE S C. *Laser beam shaping: Theory and techniques*[M]. New York: Marcel Dekker, 2000.

Tight Focusing of Partially Coherent and Circularly Polarized Vortex Beams

CHEN Bao-suan, PU Ji-xiong

(College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

Abstract: Based on vectorial Debye theory, the tight focusing properties of partially coherent and circularly polarized vortex beams are investigated. The focused characteristics of right-circular and left-circular polarized partially coherent vortex beams in the focal region are compared by some numerical calculations and some brief physical explanations are presented. Furthermore, the influences of the coherence of the incident beam and the numerical-aperture of the focusing objective on tight focusing properties are studied in great detail. It is shown that the intensity distribution and the spectral degree of coherence near the focus are all influenced by the coherence of the incident beam and the numerical-aperture of the focusing objective. By adjusting certain parameters, the flat-topped beams that have many significant applications are obtained on the focal plane.

Keywords: tight focusing; Debye theory; vortex beams; orbital angular momentum; partially coherent

(责任编辑: 钱筠 英文审校: 吴逢铁)