

中国科学院研究生院
2007 年招收攻读硕士学位研究生入学统一考试试题
科目名称：量子力学

考生须知：

1. 本试卷满分为 150 分，全部考试时间总计 180 分钟。
 2. 所有答案必须写在答题纸上，写在试题纸上或草稿纸上一律无效。
-

一、 (共 30 分) 在一维无限深方势阱 ($0 < x < a$) 中运动的粒子受到微扰

$$H'(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < a/3, \\ -V_1, & a/3 < x < 2a/3 \end{cases}$$

作用。 试求基态能量的一级修正。

二、 (共 30 分) 粒子在势场 $V(x)$ 中运动并处于束缚定态 $\psi_n(x)$ 中。 试证
明粒子所受势场作用力的平均值为零。

三、 (共 30 分)

- a) 考虑自旋为 $\frac{1}{2}$ 的系统。 试在 \hat{s}^2, \hat{s}_z 表象中求算符 $A\hat{s}_y + B\hat{s}_z$ 的本征值及归一化的本征态。 其中 \hat{s}_y, \hat{s}_z 是角动量算符，而 A, B 为实常数。
- b) 假定此系统处于以上算符的一个本征态上，求测量 \hat{s}_y 得到结果为 $\frac{\hbar}{2}$ 的概率。

四、 (共 30 分) 两个无相互作用的粒子置于一维无限深方势阱 ($0 < x < a$) 中。
对下列两种情况写出：两粒子体系可具有的两个最低总能量值，相应的简并度
以及上述能级对应的所有二粒子波函数。

- a) 两个自旋为 $\frac{1}{2}$ 的可区分粒子；
- b) 两个自旋为 $\frac{1}{2}$ 的全同粒子。

五、 (共 30 分) 一个质量为 m 的粒子被限制在 $r=a$ 和 $r=b$ 的两个不可穿透的
同心球面之间运动。不存在其它势，求粒子的基态能量和归一化波函数。