

# $L_p$ 空间中最佳逼近的

李江波 (1), 周颂平 (2)

(1)丽水师范专科学校数学系, 丽水 323000;(2)浙江工程学院理学院, 杭州 310033

收稿日期 修回日期 网络版发布日期 接受日期

摘要 设  $1 \leq p < +\infty$ ,  $f(x)$

是定义在  $[-1, 1]$  上的  $k$  阶可导且其  $k$  阶导数  $f^{(k)}$  次幂可积的实函数, 赋予通常的  $L_p$  范数,

以  $\Pi_n$  表示次数不大于  $n$  的代数多项式的集合. 本文发现了一类函数  $f$ , 在区间中某一固定内点  $a$

具有性质

$\|f - p_n\|_p \leq \|L_p[a - \frac{r}{n}, a + \frac{r}{n}]\|_p \geq C E_n(f)_p$ ,

其中常数  $C, r$  与  $n$  无关,  $E_n(f)_p = \inf_{p_n \in \Pi_n} \|f - p_n\|_p = \|f - p_n\|_p$ .

这揭示了一个相当令人惊奇的现象, 一些函数, 例如第3节中提到的各幂函数, 以及幂函数与“缓慢增长”

函数的乘积函数, 它们的  $L_p$  平均逼近特别是平均最佳逼近会“集中”在以某个内点为中心, 长度为

$2r/n$  的小区间上. 这就是我们称为的“集中”现象.

关键词 [Lp空间, 最佳逼近多项式,](#)

分类号

**THE CONCENTRATION PHENOMENON OF THE BEST APPROXIMATION IN  $L_p$  SPACES**

## Jiang Bo LI(1), Song Ping ZHOU(2)

(1)Department of Mathematics, Lishui Teachers' College, Lishui 315211, P.R.China; (2)College of Science, Zhejiang Institute and Technology, Hangzhou 315211, P.R.China

**Abstract** Let  $1 \leq p < +\infty$ , and  $f(x)$  be a function whose  $k$ th derivative is  $p$  power intergrable over  $[-1, 1]$ , with usual  $L_p$  norm. Denote by  $\Pi_n$  the class of polynomials of degree  $n$ . The present paper is devoted to the research on a class of functions  $f$ , which, for a fixed inner point  $a$  of the given interval, possesses the following property:  $\|f - p_n\|_p \leq \|L_p[a - \frac{r}{n}, a + \frac{r}{n}]\|_p \geq C E_n(f)_p$ , where  $C, r$  are constants independent of  $n$ ,  $E_n(f)_p = \inf_{p_n \in \Pi_n} \|f - p_n\|_p = \|f - p_n\|_p$ . It is a quite surprising phenomenon that the  $L_p$  mean approximation, especially mean best approximation, of some functions, such as power functions mentioned in \S 3, the products of power functions and “slowly increasing” functions, can “concertrate” in a small interval with an inner point as the center and  $r/n$  as the radius. This phenomenon is thus referred as the “concertration phenomenon”.

**Key words** [Lp space](#) [best polynomial approximant](#) [concertration](#)

DOI:

### 扩展功能

#### 本文信息

- ▶ [Supporting info](#)
- ▶ [PDF\(476KB\)](#)
- ▶ [HTML全文\(0KB\)](#)
- ▶ [参考文献](#)

#### 服务与反馈

- ▶ [把本文推荐给朋友](#)
- ▶ [加入我的书架](#)
- ▶ [加入引用管理器](#)
- ▶ [复制索引](#)
- ▶ [Email Alert](#)
- ▶ [文章反馈](#)
- ▶ [浏览反馈信息](#)

#### 相关信息

- ▶ [本刊中 包含“ \$L\_p\$ 空间, 最佳逼近多项式,” 的 相关文章](#)
- ▶ [本文作者相关文章](#)

- [李江波](#)
- [周颂平](#)

