第十一章 时间序列和指数

本章将介绍时间序列的趋势成分、循环成分、季节成分、不规则成分，研究时间序列预测方法，并对指数方法进行分析。

11.1 时间序列的成分

在一个时间序列中资料的轨迹或行为通常假定是四种独立的成分——趋势、循环、季节和不规则，将它们混合在一起得出时间序列的具体值。下面我们仔细研究其中的每一种成分。

11.1.1 趋势成分

在时间序列的分析中，可以每小时、每天、每年或每隔任何一段时间进行测量。尽管时间序列的资料一般呈现随机起伏的形态，但在一段较长的时间内，时间序列仍然呈现逐渐增加或逐渐减少的变化趋势。时间序列的逐渐转变称为时间序列的趋势，通常是长期因素影响的结果，如人口总量的变化、人口总体统计特征的变化、方法的变化和顾客偏爱的变化等。

11.1.2 循环成分

尽管一个时间序列可以显示长期趋势，但时间序列的所有未来值不可能准确地落在趋势线上。事实上，时间序列常常环绕趋势线上、下的波动。任何时间间隔超过一年，环绕趋势线上、下的波动都可归结为时间序列的循环成分。

11.1.3 季节成分

尽管时间序列的趋势和循环成分可以根据各年历史资料的运动进行识别，但许多时间序列往往显示在一年内有规则的运动。例如，一个游泳池制造商在秋季和冬季各月有较低的销售量，而在春季和夏季各月有较高的销售量。但是，铲雪设备和防寒衣物的制造商的期望却正好相反。毫无疑问，描述数据中因季节影响而出现变异的时间序列成分称为季节成分。尽管我们一般考虑时间序列的季节成分是在一年内出现，但季节成分也可用来描述任何持续时间小于一年的、有规则的、重复的运动。例如，每天的交通流量资料

显示在一天内的“季节”情况，在上、下班拥挤时刻流量出现高峰，在一天的休息时刻和傍晚出现中等流量，在午夜到清晨出现小流量。

11.1.4 不规则成分

时间序列的不规则成分是剩余的或“包罗万象”的因素，它用来说明在分离了趋势、循环和季节成分的给定期望值后，时间序列值的真正偏差。不规则成分是由那些影响时间序列的短期的、不可预期的和不重复出现的因素引起的。因为这种成分说明时间序列中的随机变动、所以它是无法预测的，因此我们不能预测它对时间序列的影响。

11.2 利用平滑法进行预测

本节讨论三种预测方法：移动平均法、加权移动平均法和指数平滑法。因为每一种方法的目的都是要“消除”由时间序列的不规则成分所引起的随机波动，所以它们被称为平滑方法。平滑方法对稳定的时间序列——即没有明显的趋势、循环和季节影响的时间序列——是合适的，这时平滑方法很适应时间序列的水平变化。

平滑方法很容易使用，而且对近距离的预测（如下一个时期的预测）提供较高的精度水平。

指数平滑法对资料的要求最低。因此，当对大量的项目进行预测时，它是最适合的方法。

11.2.1 移动平均法

移动平均法使用时间序列中最近几个时期数据值的平均数作为下一个时期的预测值。因此，移动平均数的计算公式如下：

$$\text{移动平均数}=\frac{\text{最近}n\text{期数据之和}}{n} \tag{11-1}$$

使用“移动”项是因为每一时期新的观测值对时间序列都是有用的，用它代替式（11-1）中最旧的观测值，可计算一个新的平均数。因此，当新的观测值变得有用时，平均数将变化或移动。

11.2.2 加权移动平均法

在移动平均法中，计算移动平均数时每个观测值都用相同的权数。但在加权移动平均法中，需要对每个数据值选择不同的权数，然后计算最近 n 个时期数值的加权平均数作为预测值。在大多数情况下，最近时期的观测值被赋予最大的权数，而比较远的时期的权数依次递减。

11.2.3 指数平滑法

指数平滑法是加权移动平均法的一种特殊情况，仍是用过去时间序列值的加权平均数作为预测值。与加权移动平均法不同的是，我们只选择一个权数，即最近时期观测值的权数，其他时期数据值的权数可以自动推算出来，而且离预测期越远，权数变得越小。基本指数平滑法模型如下。

$$F_{t+1} = \alpha Y_t + (1-\alpha)F_t \tag{11-2}$$

式中F_{t+1}——t+1 期时间序列的预测值；

Y_t——t期时间序列的实际值；

F_t——t期时间序列的预测值；

α——平滑常数（0≤α≤1）。

式（11-2）表明t+1 期的预测值是t期实际值和预测值的加权平均数。尤其要注意的是，t期实际值的权数为α，t期预测值的权数为 1-α。我们现在根据包含三个时期资料的时间序列：Y_1，Y_2和Y_3，来说明任何时期指数平滑法的预测值同样也是时间序列以前所有时期实际值的一个加权平均数。在开始计算时，我们令F_1等于 1 期时间序列的实际值，即F_1=Y_1。因此，2 期的预测值为：

$$F_2 = \alpha Y_1 + (1-\alpha)F_1 = \alpha Y_1 + (1-\alpha)Y_1 = Y_1$$

因此，2 期指数平滑预测值等于 1 期时间序列的实际值。

3 期预测值为

$$F_3 = \alpha Y_2 + (1-\alpha)F_2 = \alpha Y_2 + (1-\alpha)Y_1$$

最后，将F_3的表达式代入F_4的表达式中，有

$$\begin{aligned} F_4 &= \alpha Y_3 + (1-\alpha)F_3 = \alpha Y_3 + (1-\alpha)\left[\alpha Y_2 + (1-\alpha)Y_1\right] \\ &= \alpha Y_3 + \alpha(1-\alpha)Y_2 + (1-\alpha)^2 Y_1 \end{aligned}$$

因此，F_4是前三个时间序列数值的加权平均数。Y_1，Y_2和Y_3的系数或权数之和等于 1。一般地，可以得到一个相似的结论，即任何预测值F_{t+1}是以

前所有时间序列数值的加权平均数。

尽管指数平滑法提供的预测值是以前所有预测值的加权平均数，但所有过去资料未必都需要保留，以用来计算下一个时期的预测值。式（11-2）表明，对给定的 α，我们只要知道 t 期时间序列的实际值和预测值，即 Y_t 和 F_t，就可计算 t+1 期的预测值。

11.3 利用趋势推测法进行预测

本节我们将说明如何对拥有长期线性趋势的时间序列进行预测。这类时间序列随时间呈现持续增加或减少的趋势，因此趋势推测法是可行的。因为这类时间序列是不稳定的，所以上节介绍的平滑法是不适合的。

[例 11.1]某超市过去 10 年的自行车销售量时间序列资料见表 11-1。第 1 年销售量为 21600 辆，第 2 年销售量为 22900 辆，…，第 10 年（即最近一年）销售量为 31400 辆。尽管图 11-1 显示过去 10 年的销售量有上、下波动，但时间序列总的趋势是增长的或向上的。

表 11-1 自行车销售量时间序列

年（t）	销售量/千辆	年（t）	销售量(千辆)
1	21.6	6	27.5
2	22.9	7	31.5
3	25.5	8	29.7
4	21.9	9	28.6
5	23.9	10	31.4

我们不想关注时间序列的每一时间趋势成分和每一次向上或向下的波动。但趋势成分将反映时间序列的一种逐渐变动，如这个例子中波动是向上的。观察表 11-1 中的时间序列资料和图 11-1 之后，我们认为在图 11-2 中显示的线性趋势，能够对时间序列的长期运动提供合理的描述。

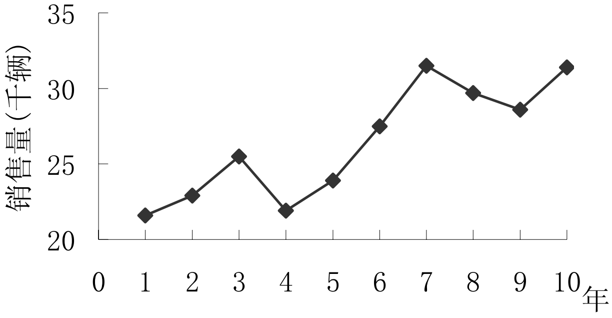

图 11-1 自行车销售时间序列的图形

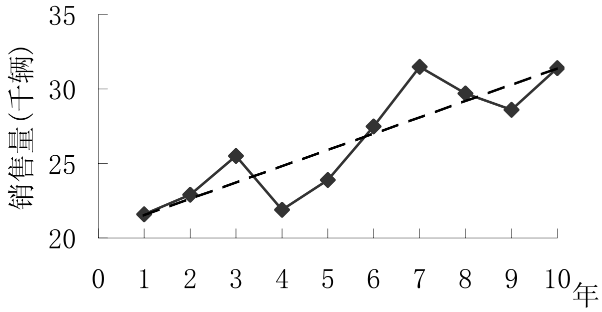

图 11-2 用线性函数对自行车销售量的趋势描述

用自行车销售量的资料可说明应用回归分析确定线性趋势的计算问题。回忆在第九章中，我们介绍了如何用最小二乘法来发现两个变量的线性关系，最小二乘法也是我们建立自行车销售量时间序列的线性趋势的方法。特别地，我们将用回归分析来估计时间和销售量之间的关系。

线性趋势方程 $$T_t = b_0 + b_1 t \tag{11-3}$$

式中 T_t——第 t 期时间序列的趋势值；

b_0——线性趋势的截距；

b_1——线性趋势的斜率；

t ——时间。

在式（11-3）中，令 $t = 1$ 表示时间序列的第一个观察值所对应的时间，

$t=2$表示时间序列的第二个观察值所对应的时间，依次类推。注意在自行车销售量时间序列中，$t=1$表示最远的时间值，$t=10$表示最近的时间值。式（11-3）中要估计的回归系数（b_0和b_1）可根据前面章节中给出的计算公式计算得出，用t代替x，T_t代替y_i后，它们可写为如下形式。

计算斜率b_0和截距b_1的公式

$$b_1=\frac{\sum tT_t-(\sum t\sum T_t)/n}{\sum t^2-(\sum t)^2/n} \quad (11\text{-}4)$$

$$b_0=\bar{T}-b_1\bar{t} \quad (11\text{-}5)$$

式中 T_t——t 期时间序列的值；

n ——时期的个数；

$\bar{T}$——时间序列的平均值，即$\bar{T}=\sum T_t/n$；

$\bar{t}$——t的平均值，即$\bar{t}=\sum t/\text{n}$。

根据式（11-4），（11-5）以及表 11-1 的自行车销售量资料，我们有如下计算结果。

$$\bar{t}=\frac{55}{10}=5.5 \quad \bar{T}=\frac{264.5}{10}=26.45$$

$$b_1=\frac{1545.5-55\times264.5/10}{385-55^2/10}=1.10 \quad b_0=26.45-1.10\times5.5=20.4$$

因此，自行车销售量时间序列的线性趋势成分的表达式为：

$$T_t=20.4+1.1t \quad (11\text{-}6)$$

11.4 利用趋势和季节成分进行预测

上一小节中，介绍了如何对有趋势成分的时间序列进行预测。本节将把这种讨论扩展到对同时拥有趋势成分和季节成分的时间序列进行预测的情形。

商业和经济中的许多情形需要一期与一期进行比较。例如，我们想研究

和了解失业人数是否比上个月上升 1%，钢产量是否比上个月上升 5%等问题。在使用这些资料时，必须十分小心。因为每当描述季节影响时，这样的比较会使人产生误解。例如，9 月份电能消费量比 8 月份下降 3%，可能仅仅是由于这一季节空调使用减少引起的，而不是因为长期用电量的减少。事实上，在调整季节影响后，我们甚至可以发现用电量是增加的。

剔除季节影响的时间序列称为消除季节影响的时间序列。剔除季节影响后，一期与一期的对比将更有意义，而且可以帮助我们确定是否存在趋势成分。本节我们所介绍的方法适用于只有季节成分的情形或同时有季节和趋势两种成分的情形。首先是计算季节指数，并用它们得到消除季节影响的资料，然后，如果消除季节影响的资料有明显的趋势，我们则用回归分析估计该资料的趋势成分。

11.4.1 乘法模型

除了趋势成分（T）和季节成分（S）外，我们假设时间序列还有不规则的成分（I）。不规则成分说明时间序列中不能由趋势和季节成分解释说明的任何随机影响。我们假设用 T_t、S_t 和 I_t 分别表示 t 期的趋势、季节和不规则成分。用 Y_t 表示时间序列的数值，则它可由下列时间序列的乘法模型描述。

$$Y_t = T_t \times S_t \times I_t \tag{11-7}$$

在这个模型中，T_t 是被预测项目所测量出的趋势，但是，S_t 和 I_t 成分由相应的项目测量，其数值大于 1.00 表示它们的影响在趋势之上，而小于 1.00 表示它们的影响在趋势之下。

[例 11.2]根据表 11-2 和图 11-3 中的季度资料是某商场在过去 4 年中家用台式电脑的销售量（单位：千台）。我们用这些资料来说明拥有趋势、季节和不规则成分的乘法模型的使用，我们从确定时间序列的季节成分开始介绍。

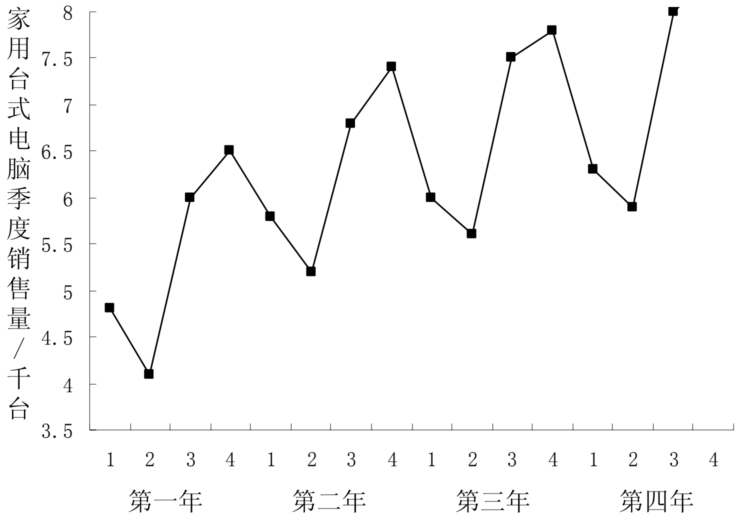

图 11-3 家用台式电脑销售量时间序列的季度图形

表 11-2 家用台式电脑销售量的季度资料

年	季度	销售量（千台）
1	1	4.8
	2	4.1
	3	6.0
	4	6.5
2	1	5.8
	2	5.2
	3	6.8
	4	7.4
3	1	6.0
	2	5.6
	3	7.5
	4	7.8
4	1	6.3
	2	5.9
	3	8.0
	4	8.4

11.4.2 季节指数的计算

图 11-3 表明每年第 2 季度的销售量最小，第 3 和第 4 季度的销售量是

增加的，显然家用台式电脑销售量受季节影响。我们首先通过计算移动平均数，将趋势成分 T_t 与季节及不规则成分 S_t 和 I_t 分开，然后使用计算程序，确定每个季度的季节影响。

我们在每一次计算中使用一年的资料。由于我们利用的是季节资料，因此在计算每一次移动平均数中，我们使用 4 项数据。第一个 4 季度家用台式电脑销售量的移动平均数计算结果如下

$$\text{第一个移动平均数}=\frac{4.8+4.1+6.0+6.5}{4}=\frac{21.4}{4}=5.35$$

注意，前 4 个季度的移动平均数正好是时间序列第 1 年季度销售量的平均数。我们加上第 2 年第一季度的数值 5.8，去掉第一年第一季度的数值 4.8，继续移动平均数的计算，得到第二个移动平均数为

$$\text{第二个移动平均数}=\frac{4.1+6.0+6.5+5.8}{4}=\frac{22.4}{4}=5.60$$

同理，第三个移动平均数为（6.0+6.5+5.8+5.2）/4=5.875

在我们对整个时间序列进行移动平均数计算之前，我们再回头看一看第一个移动平均的结果，其数值为 5.35。而 5.35 正好是第 1 年各季度销售量的平均数。当我们注意 5.35 的计算过程时，5.35 应该对应在移动平均数的所有季度的中间位置。但是，应当注意在确定其中间季度时，我们遇到了一些困难。移动平均数的步长是 4 个季度，没有中间季度，因此 5.35 应该对应在第 2 季度和第 3 季度中间。同样，下一个移动平均数为 5.60，它应该对应在第 3 季度和第 4 季度的中间。

计算移动平均数的目的是分离趋势成分和季节、不规则成分。但是，我们计算出的移动平均数不能直接对应在时间序列的季度上，因此，我们对这一连串计算出来的移动平均数，用它们的中间值来解决这个困难。例如，因为 5.35 对应在第 3 季度的上半部分，而 5.60 对应在第 3 季度的下半部分，故我们用（5.35+5.60）/2=5.475 作为第 3 季度的移动平均数。同样（5.60+5.875）/2=5.738 为第 4 季度的移动平均数。这个结果称为中心化的移动平均数。表 11-3 是家用台式电脑销售量资料的移动平均数计算的全部结果。

表 11-3 家用台式电脑销售量时间序列的中心化的移动平均数的计算结果

年	季度	销售量/千件	4 个季度的移动平均数	中心化的移动平均数
1	1	4.8		
	2	4.1		
			5.350	
	3	6.0		5.475
			5.600	
	4	6.5		5.738
			5.875	
2	1	5.8		5.975
			6.075	
	2	5.2		6.188
			6.300	
	3	6.8		6.325
			6.350	
	4	7.4		6.400
			6.450	
3	1	6.0		6.538
			6.625	
	2	5.6		6.675
			6.725	
	3	7.5		6.763
			6.800	
	4	7.8		6.838
			6.875	
4	1	6.3		6.938
			7.000	
	2	5.9		7.075
			7.150	
	3	8.0		
	4	8.4		

表 11-3 的中心化的移动平均数，能说明时间序列的什么问题呢？图 11-4 是时间序列实际值和中心化的移动平均数的散点图。从图上可以看到中心化的移动平均数，在“消除”了时间序列的季节和不规则波动之后，有非常明显的趋势。计算出的 4 个季度的移动平均数中，将不包含由于季节影响产生的波动，这时因为季节影响已经被去掉了。中心化的移动平均数中每一个点表示的是没有季节或不规则波动的时间序列的值。

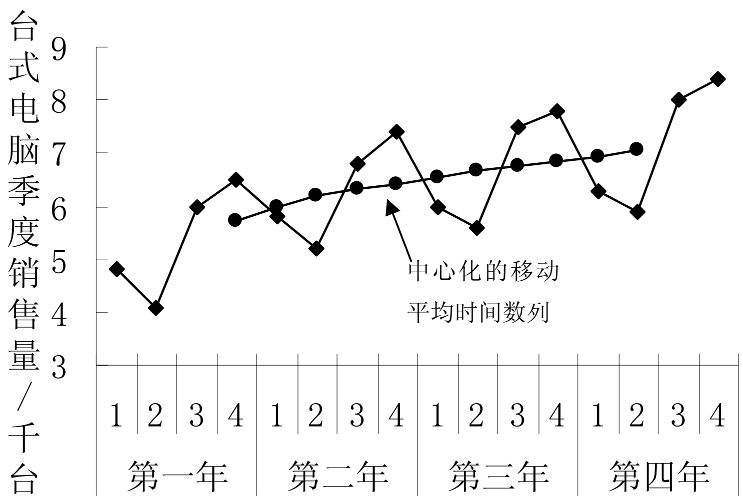

图 11-4 家用台式电脑季节销售量时间序列和中心化的移动平均数的图形

用时间序列的每一个观察值除以相应的中心化的移动平均数，我们可以确定时间序列的季节不规则影响值。例如，第一年第三季度的季节不规则值为 6.0/5.475=1.096。表 11-4 是时间序列季节不规则值的全部结果。

下面考虑第 3 季度。第 1、2 和 3 年的第 3 季度的季节不规则值分别为 1.096、1.075 和 1.109。可见，在整个过程中，第三季度季节不规则值高于总平均水平。因为季节不规则值一年与一年的波动仅仅是由于不规则成分引起的，因此，我们可计算其平均数，以消除不规则的影响，从而得到第 3 季度季节影响的估计值。

表 11-4　家用台式电脑销售量时间序列的季节不规则值

年	季度	销售量/千台	中心化的移动平均数	季节不规则值
1	1	4.8		
	2	4.1		
	3	6.0	5.475	1.096
	4	6.5	5.738	1.133
2	1	5.8	5.975	0.971
	2	5.2	6.188	0.840
	3	6.8	6.325	1.075
	4	7.4	6.400	1.156
3	1	6.0	6.538	0.918
	2	5.6	6.675	0.839
	3	7.5	6.763	1.109
	4	7.8	6.838	1.141
4	1	6.3	6.938	0.908
	2	5.9	7.075	0.834
	3	8.0		
	4	8.4		

第 3 季度的季节影响值=（1.096+1.075+1.109）/3=1.09

我们将 1.09 称为第 3 季度的季节指数。在表 11-5 中，我们给出了家用台式电脑销售量时间序列的季节指数的计算结果。4 个季度的季节指数分别为：第 1 季度 0.93，第 2 季度 0.84，第 3 季度 1.09 和第 4 季度 1.14。

表 11-5 家用台式电脑销售量时间序列的季节指数计算结果

季度	季节不规则成分的数值（S_tI_t）	季节指数（S_t）
1	0.971，0.918，0.908	0.93
2	0.840，0.839，0.934，	0.84
3	1.096，1.075，1.109	1.09
4	1.113，1.156，1.141	1.14

表 11-5 中的数值的解释提供了家用台式电脑销售的季节成分的一些信息。最佳销售季度是第 4 季度，它的销售水平比总平均水平高出 14%，最差或最低的销售季度是第 2 季度，它的季度指数为 0.84，说明其销售水平比总平均季度销售水平低 16%。季节成分符合人们收看电视的直观上的期望，

可见在第 4 季度电视购买轨迹趋势上升，是因为冬季即将到来，人们减少了户外活动。第 2 季度的低销售量说明因为存在春季和初夏季节活动的大量消费者，人们减少了看电视的兴趣。

在取得季节指数时，有时候需要对季节指数进行调整。乘法模型需要平均季节指数等于 1.00，因此，表 11-5 中 4 个季度的季节指数总和必须等于 4.00。换句话说，季节影响在一年内是持平的。在我们这个例子中，季节指数的平均数等于 1.00，因此它不需要调整。对其他情形，有时需要进行小小的调整。季节指数进行调整是用每一个季节指数乘以季度总和再除以未调整的季节指数之和。

11.4.3 消除时间序列的季节影响

找出季节指数的目的是为了从时间序列中去掉季节影响。这种过程称为时间序列消除季节影响。调整季节变异后的经济时间序列（消除季节影响的时间序列）常常刊登在一些出版物上，这些出版物有《当前商业考察》（Survey of Current Business）、《华尔街日报》（The Wall Street Journal）和《商业周刊》（Business Weekly）等。根据乘法模型的记号，我们有

$$Y_t = T_t \times S_t \times I_t$$

用时间序列的每个观察值除以相应的季节指数，则可以对时间序列消除季节影响。在表 11-6 中是家用台式电脑销售量消除季节影响后的时间序列资料。

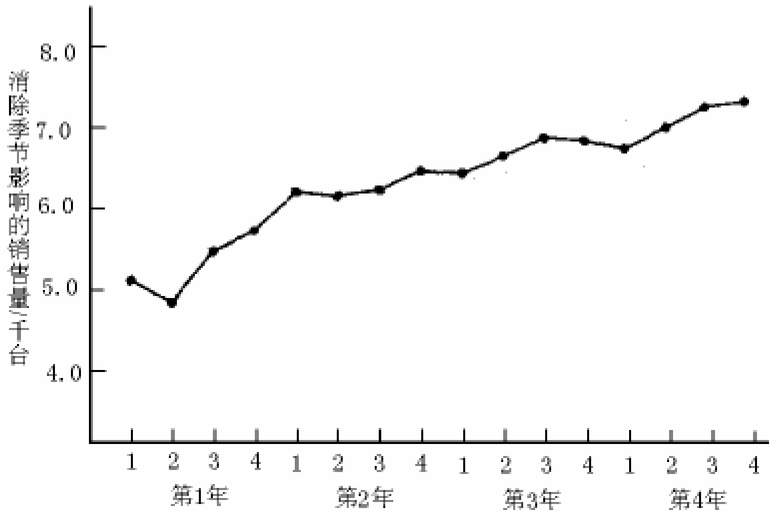

图 11-5 消除季节影响的家用台式电脑销售量时间序列

表 11-6 家用台式电脑销售量时间序列消除季节影响后的数据

年	季度	销售量（千台）Y_t	季节指数 S_t	消除季节影响的销售量 $Y_t/S_t=T_tI_t$
1	1	4.8	0.93	5.16
	2	4.1	0.84	4.88
	3	6.0	1.09	5.50
	4	6.5	1.14	5.70
2	1	5.8	0.93	6.24
	2	5.2	0.84	6.19
	3	6.8	1.09	6.24
	4	7.4	1.14	6.49
3	1	6.0	0.93	6.45
	2	5.6	0.84	6.67
	3	7.5	1.09	6.88
	4	7.8	1.14	6.84
4	1	6.3	0.93	6.77
	2	5.9	0.84	7.02
	3	8.0	1.09	7.34
	4	8.4	1.14	7.37

11.4.4 利用消除季节影响的时间序列确定趋势

尽管图 11-5 中的图形显示过去 16 个季度的资料有一些上、下的随机波动，但时间序列显然有一个向上的线性趋势。在这种情形中，所用的资料是消除季节影响的季度销售量数据。因此对于这个线性趋势，估计的销售量被作为时间的函数，即

$$T_t = b_0 + b_1 t$$

式中 T_t ——t 期家用台式电脑销售量的趋势值；

b_0——趋势线的截距；

b_1——趋势线的斜率；

同前面一样，t=1 对应时间序列的第一个观察值的时间，t=2 对应时间序列第 2 个观察值的时间，依次类推。因此，对消除季节影响的家用台式电脑销售量时间序列来说，t=1 对应消除季节影响后的第 1 个季度的销售量，t=16 对应消除季节影响后的最近一个季度的销售量。所以计算b_0和b_1的公式如下。

$$b_1=\frac{\sum tT_t-(\sum t\sum T_t)/n}{\sum t^2-(\sum t)^2/n} \tag{11-8}$$

$$b_0=\bar{T}-b_1\bar{t} \tag{11-9}$$

注意，T_t 此时表示第 t 期消除季节影响后的时间序列数值，而不是时间序列的实际值。根据给出的b_0和b_1的表达式及表 11-6 中消除季节影响的销售量资料，我们有如下的计算结果。

$$\bar{t}=\frac{136}{16}=8.5 \quad \bar{T}=\frac{101.74}{16}=6.359$$

$$b_1=\frac{914.98-(136\times101.74)/16}{1496-136^2/16}=0.148$$

$$b_0=6.359-0.148\times8.5=5.101$$

因此，时间序列的线性趋势成分的表达式为

$$T_t=5.101+0.148t$$

斜率 0.148 表明，在过去的 16 个季度中，当消除季节影响之后，公司每个季度销售量平均增长 148 台。如果我们假设过去 16 个季度销售资料的趋势对预测未来相当合适，则这个方程可用来推测未来季度时间序列的趋势成分。例如，将 t=17 代入方程，可得到下一个季度的趋势推测值 T_{17}。

$$T_{17}=5.101+0.148\times17=7.617$$

因此，由趋势方程产生的下一个季度家用台式电脑销售量的推测值为 7617 台。同样，由趋势方程可分别产生第 18、19 和 20 季度的家用台式电脑销售量推测值为 7765，7913 和 8016 台。

11.4.5 季节调整

对同时有趋势和季节成分的时间序列，进行预测的最后一步是用季节指数调整趋势推测值。再回到家用台式电脑销售量的例子，我们现在已得到了未来 4 个季度的趋势推测值，下面我们必须用季节影响调整预测值。第 5 年第 1 季度（t=17）的季度指数为 0.93，因此我们用趋势值（T_{17}=7617）乘以季节指数（0.93），得到这个季度的预测值为 7617×0.93=7084 台。表

11-7 给出了 17~20 季度的季度预测值。第 4 季度有最高销售量，其预测值为 9190 台；第 2 季度有最低销售量，其预测值为 6523 台。

表 11-7 家用台式电脑销售量时间序列的季度预测值

年	季度	趋势预测值	季节指数	季度预测值
5	1	7617	0.93	7917×0.93=7084
	2	7765	0.84	7765×0.84=6523
	3	7913	1.09	7913×1.09=8625
	4	8061	1.14	8061×1.14=9190

11.4.6 基于月度资料的模型

在前面家用台式电脑销售量的例子中，我们利用季度资料来说明季节指数的计算，但是在许多商业情况预测中月度资料更为常见。在这种情况下，上面所介绍的方法要做一些调整才能应用。首先用 12 个月的移动平均数代替 4 个季度的移动平均数，然后是计算每个月的季节指数，而不是每个季度的季节指数。除了这些改变以外，计算和预测方法都是一样的。

11.4.7 循环成分

有时，式（11-8）的乘法模型可扩展到包括循环成分在内，即

$$Y_t = T_t \times C_t \times S_t \times I_t \tag{11-10}$$

同季节成分一样，循环成分也可表示为趋势的百分比。正如 11.1 节所提到的，循环成分是由于时间序列的多年循环而出现的，它与季节成分类似，但是它的时间周期更长一些。由于包含时间长度，因此获得比较恰当的资料来估计循环成分常常是困难的。另一个困难是循环的长度是变化的。本节将不对循环成分做进一步的讨论。

11.5 指数

指数实际上就是相对比率。对于时间序列

$$y_1,\ y_2,\ \cdots\cdots y_i,\ \cdots\cdots y_n$$

如选其中 y_b 为基准，那么第 i 时期的指数

$$I_i = {y_i}\Big/{y_b} \times 100$$

于是 I_b=100。例如，我国铁路历年客运量编制的铁路客运量指数，以1952 年的客运量（16352 万人）指数为 100，就可求出历年客运量指数，2005 年客运量为 115583 万人，客运量指数就是（115583/16352）×100=706.8

在《中国统计年鉴》中有各种物价指数、零售物价指数、农副产品收购价格指数等；也有表示数量的社会总产值指数、工农业总产值指数、职工生活费用指数等；还有表示效率的如劳动生产率的指数等。但是从历史形成过程来看，指数理论是从价格指数的编制实践和学术讨论中发展起来的。

11.5.1 指数的作用

指数可以用做衡量同一变量在不同时期变化的方向和程度，也可为有关变量变化情况的比较提供根据。例如在比较历年铁路、水路或航空的客运量情况时，不能用绝对数来比较，只能用指数来比较。指数可以作为政府制定生产、分配、消费政策的依据。指数也可以综合显示经济情况的繁荣或衰退，可以作为不同地区或不同行业发展情况比较的基础。

指数可以用来调整在不同时期变量变化的实际情况。例如某人经过一段时间，其收入由 1000 元增涨到 1500 元，但消费指数在同期由 100 增到 130，那么他的真实收入实际是

$$\text{真实收入}=\frac{\text{名义收入}}{\text{消费指数}}\times 100=\frac{1500}{130}\times 100=1153.8\ \text{（元）}$$

在国民经济指数核算中，按照指数性质的不同，指数可以分为物价指数和物量指数。物价是价格的一般水平，物量是同一物价水平下的可比数量。以下只考虑物价指数和物量指数。

11.5.2 指数的分类

从研究对象的品种数目来看，可以分为单一品种的指数和多品种的综合指数。例如在表 11-8 中，各类产品都可被认为是单一品种的价格指数（当然各类还可细分）。工厂某产品在历年的产量指数和价格指数也是单一品种的指数。而零售物价指数和职工生活费用指数都是多品种的综合指数。对于多品种的综合指数，为了能充分反映所研究问题的性质，选择哪些品种参加计算是应当慎重考虑的问题。

表 11-8 我国农副产品收购牌价分类指数（以 1980 年价格为 100）

	小麦	稻谷	玉米	大豆
1994	152．2	154．0	151．3	114．6
1995	133．1	120．8	140．9	113．1
1996	109．2	104．2	95．4	128．2
1997	89．0	88．2	94．2	100．1
1998	95．8	88．1	101．9	85．2

从比率的基准来看，指数可分为定基指数和环比指数。例如在表 11-8 中，整个序列都以 1980 年价格为基准（1980 年的指数为 100），这就是定基指数，1980 年为基年。如各年分别以上一年为基准（1995 年的指数是以 1994 年的为 100，1996 年的指数以 1995 年为 100，依次类推），这就是环比指数。定基指数的基期要选择在变量（价格、数量）变化比较稳定的时期。如果没有合适的基准，也有取若干年的平均数作为基准的。

11.5.3 定基综合价格指数计算公式

单品种的价格指数和数量指数都是容易计算的。以基期价格为 p_0，报告期价格为 p_1，报告期价格指数

$$I_p = p_1 / p_0 \times 100 \qquad (11\text{-}11)$$

以基期数量为 q_0，报告期数量为 q_1，报告期数量指数

$$I_q = q_1 / q_0 \times 100 \qquad (11\text{-}12)$$

但是对多品种的情形就不同了。

根据下列资料，作出学校办公用消耗品价格指数。

编号 i	品种	单位	1998 年		1999 年 价格P_1	2000 年 价格P_2
			数量 q_0	价格 p_0		
1	粉笔	箱	200	2.84	3.14	3.31
2	日光灯	盒	130	22.60	25.58	26.98
3	蜡纸	箱	100	41.71	57.82	64.00
4	清洁剂	桶	290	14.62	17.14	17.77
5	玻璃	块	15	10.93	12.57	12.26
6	油漆	桶	175	7.58	7.97	8.83

求综合价格指数时，不能简单相加，如$\dfrac{\sum p_1}{\sum p_0},\dfrac{\sum p_2}{\sum p_0}$（$\sum p_1$是$\sum p_{1i}$的省略记号，$\sum p_0$，$\sum p_2$也类似）。不能这样处理的原因有两点：1，各$p_{1i}$的单位不同，它们分别是元/箱，元/盒，元/桶等等；2，各品种作为办公用消耗品，它们的重要性也不同。

为了解决这个问题，常用的方法是加权。以消耗数量q加权，$p_{0i}\times q_{0i}=v_{0i}$是 1998 年第$i$品种所耗金额（元），于是各$v_{0i}$是可以相加的。另外，$q_{0i}$也反应了第$i$品种在全体消耗品中的重要性。对于分子$p_{1i}$，也要以$q_{0i}$加权，而不是以$q_{1i}$加权，表明消耗的数量不变，于是指数就只反应价格的变化，其经济意义是明显的。这样得到的指数公式称为 *Laspeyres* 价格指数（为了比较不同报告期的指数，报告期下标用 n 表示），

$$I_n=\frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0}\times 100 \qquad (11\text{-}13)$$

现在计算上例的 *Laspeyres* 价格指数：

I	p_0q_0	p_1q_0	p_2q_0
1	568	628	662
2	2938	3325	3507
3	4171	5782	6400
4	4240	4971	5153
5	164	189	184
6	1327	1395	1545
合计	13407	16289	17452

得学校办公用消耗品 *Laspeyres* 价格指数（1998 年为 100）

1999 年，$I_1=\dfrac{16289}{13407}\times 100=121.5$

2000 年，$I_2=\dfrac{17452}{13407}\times 100=130.2$

有时不以基期消耗 q_0 加权，而以报告期 q_n 加权，所得指数称为 Paasche 价格指数

$$I_n=\frac{\sum p_nq_n}{\sum p_0q_n}\times 100 \tag{11-14}$$

用该公式计算得的结果当然与前不同，它的经济意义也不同。它表示学校要购买各品种的当前消耗数量时，价格的变动情况和多花或少花多少钱。所以两种价格指数各有不同的作用。*Laspeyres* 价格指数在计算上有便利之处，可以不必经常收集各时期的消耗数量 q_{in}。其另一个优点是用它计算的各时期的指数相互比较是有意义的，因为权重相同。而 Paasche 价格指数只便于和基期相比。在价格有上升趋势的情形下，人们常常会多买一些价格低的商品，少买一些价格高的商品，这样，*Laspeyes* 公式的分子就比实际情形偏大，算出的指数就比实际的数值偏高。相反，在这种情形下 *Paasche* 价格指数就要比实际的偏低。

11.5.4 综合数量指数

如工业产品生产量指数，农产品收获量指数和商品销售量指数都是多品种综合数量指数。和价格指数一样，各品种的数量 q 不能直接相加，必须用

加权的方法。以价格 p 为权，可能有三种形式：

（1）用报告期价格 p_{1i} 为权，得

$$I_1 = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1} \tag{11-15}$$

（2）用基期价格 p_{0i} 为权，得

$$I_1 = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \tag{11-16}$$

（3）用固定价格 p_{ki} 为权，得

$$I_1 = \frac{\sum q_1 p_K}{\sum q_0 p_K} \tag{11-17}$$

式中 p_{ki} 表示第 i 品种在某一段时期的固定价格（不变价格）。例如：我国在计算工业生产量指数和农业产量指数时就用这种方法。我国工业统计中曾使用过 1952 年、1957 年、1970 年和 1980 年的不变价格。

11.5.5 基期的变换和指数序列的拼接

当两个不同基期的指数序列需要彼此前后对照时，就要换成共同的基期。这并不需要重新用公式计算。例如，对于下述以 1999 年为基期的指数序列：

年份	1996	1997	1998	1999	2000	2001
指数	75	88	92	100	110	122

如要换成以 1996 年为基期，只要用各年的指数分别除以 1996 年的指数 0.75 就可以了。1996 年的指数变成 75/0.75=100，1997 年的指数变成 88/0.75=117.3，就得到新的指数序列：

年份	1996	1997	1998	1999	2000	2001
指数	100	117.3	122.7	133.3	146.7	162.7

由于基期不同，各年指数数值发生了变化，但相对的比率关系不变。

在编制较长时期的指数序列时，使用同一基期，如果指数不断增加，数值可能很大，使用并不方便。因此常常改变基期。

[例 11.3]日本政府机关就规定，各指数每 5 年（公元年末位为 0 或 5 的年份）改变一次，这样便于短时期的比较。但有时有必要做长时期的观察，这就需要拼接成同一基期的指数序列。表 11-9 左半边是日本 1965~1980 的消费物价指数，是分别以 1965，1970，1975 为基期的，右半边是拼接成以 1975 为基期的指数序列。

表 11-9 日本消费者物价指数

年份	基期			拼接后
	1965	1970	1975	1975=100
1965	100.0			44.5
1966	105.2			46.7
1967	109.2			48.6
1968	115.1			51.2
1969	121.1			53.9
1970	130.3	100.0		58.0
1971		106.0		61.5
1972		110.9		64.3
1973		124.0		71.9
1974		154.1		89.4
1975		172.4	100.0	100.0
1976			109.3	109.3
1977			118.1	118.1
1978			122.6	122.6
1979			127.0	127.0
1980			137.2	137.2

在 1975 年以前，各以 1.724 除原指数，在 1970 年以前，再以 1.303 除，即得拼接后的指数序列。

习题

1．下面是某公司 12 个月中建筑物合同（单位：百万元）的有关资料。

240 350 230 260 280 320 220 210 240 310 240 230

a．比较 3 个月的移动平均预测值和用 α =0.2 的指数平滑预测值，哪种方法提供更合适的预测？

b．下一个月的预测值是多少？

2．考虑下面的时间序列

t	1	2	3	4	5
T_t	6	11	9	14	15

建立这个时间序列的线性趋势成分方程。当 t=6 时的预测值是多少？

3．在过去六年中，某大学入学人数资料如下（单位：千人）：

年	1	2	3	4	5	6
入学人数	20.5	20.2	19.5	19.0	19.1	18.8

建立这个时间序列的线性趋势成分方程。评论该校入学人数的变动情况。

4．考虑下面的时间序列资料。

季度	年份		
	1	2	3
1	4	6	7
2	2	3	6
3	3	5	6
4	5	7	8

a．计算这个时间序列的 4 个季度和中心化的移动平均数。

b．计算 4 个季度的季节指数。

5．某公司过去 7 年里每年无线电设备的销售量如下表所示：

年	1	2	3	4	5	6	7
销售数量	35	50	75	90	105	110	130

假设 7 年来季度销售量的历史资料如下：

年	1 季度	2 季度	3 季度	4 季度	年销售总量
1	6	15	10	4	35
2	10	18	15	7	50
3	14	26	23	12	75
4	19	28	25	18	90
5	22	34	28	21	105
6	24	36	30	20	110
7	28	40	35	27	130

a．计算这个时间序列 4 个季度的移动平均数。在同一张图上绘出原始时间序列和移动平均数序列的图形。

b．计算 4 个季度的季节指数。

c．该公司什么时候经受最大的季节影响？这合理吗？解释原因。

6．一个大制造商从三个独立的供应商处购买同一部件，其价格和数量各不相同。1999 年和 2004 年的有关资料如下：

供应商	1999 年数量	单价/美元	
		1999 年	2004 年
A	150	5.45	6.00
B	200	5.60	5.95
C	120	5.50	6.20

a.分别计算每个供应商的部件的 *Laspeyres* 价格指数，比较两个时期各供应商价格的增长情况。

b.计算 2004 年该部件的简单综合物价指数。

c. 计算 2004 年该部件的加权综合物价指数。

7. 某化学公司生产一种特殊的工业化学用品，它是三种化学成分的混合物。年初与年底每磅的成本及混合物的构成比例如下：

成分	每吨成本/元		每 100 吨产品的用量/吨
	年初	年底	
A	2.50	3.95	25
B	8.75	9.90	15
C	0.99	0.95	60

a.计算三种成分的 *Laspeyres* 价格指数。

b.用产品的原始资料，计算一年成本的加权平均指数，你如何解释这个指数？