

2006年

数学一

填空题

设随机变量 X 和 Y 相互独立, 且均服从区间 $[0, 3]$ 上的均匀分布, 则 $P\{\max\{X, Y\} \leq 1\} = \underline{\hspace{2cm}}$.

选择题

(1) 设 A, B 为随机事件, 且 $P(B) > 0, P(A|B) = 1$, 则必有

- (A) $P(A \cup B) > P(A)$. (B) $P(A \cup B) > P(B)$.
(C) $P(A \cup B) = P(A)$. (D) $P(A \cup B) = P(B)$.

(2) 设随机变量 X 服从 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$, Y 服从正态分布 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$, 且 $P\{|X - \mu_1| < 1\} > P\{|Y - \mu_2| < 1\}$ 则必有

- (A) $\sigma_1 < \sigma_2$. (B) $\sigma_1 > \sigma_2$. (C) $\mu_1 < \mu_2$. (D) $\mu_1 > \mu_2$.

解答题

(1) 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & -1 < x < 0 \\ \frac{1}{4}, & 0 \leq x < 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$,

令 $Y = X^2$, $F(x, y)$ 为二维随机变量 (X, Y) 的分布函数。求

(I) Y 概率密度函数的 $f_Y(y)$; (II) $F(-\frac{1}{2}, 4)$.

(2) 设总体 X 的概率密度为 $f(x; \theta) = \begin{cases} \theta, & 0 < x < 1 \\ 1 - \theta, & 1 \leq x < 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ 其中 θ 是未知参数 ($0 < \theta < 1$)。

X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的简单随机样本, 记 N 为样本值 x_1, x_2, \dots, x_n 中小于 1 的个数。求 θ 的最大似然估计。

数学三

填空题

(1) (同数一)

(2) 设总体 X 的密度函数为 $f(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}$ ($-\infty < x < +\infty$), X_1, X_2, \dots, X_n 为总体 X 的简单随机样本, 其方差为 S^2 , 则 $ES^2 =$ _____.

选择题 (同数一(2))

设随机变量 X 服从 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$, Y 服从正态分布 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$, 且 $P\{|X - \mu_1| < 1\} > P\{|Y - \mu_2| < 1\}$ 则必有

(A) $\sigma_1 < \sigma_2$. (B) $\sigma_1 > \sigma_2$. (C) $\mu_1 < \mu_2$. (D) $\mu_1 > \mu_2$.

解答题

(1) 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & -1 < x < 0 \\ \frac{1}{4}, & 0 \leq x < 2, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

令 $Y = X^2$, $F(x, y)$ 为二维随机变量 (X, Y) 的分布函数。求

(I) Y 概率密度函数的 $f_Y(y)$; (II) $Cov(X, Y)$; (III) $F(-\frac{1}{2}, 4)$.

(2) 设总体 X 的概率密度为 $f(x; \theta) = \begin{cases} \theta, & 0 < x < 1 \\ 1 - \theta, & 1 \leq x < 2, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ 其中 θ 是未知参数 ($0 < \theta < 1$)。

X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的简单随机样本, 记 N 为样本值 x_1, x_2, \dots, x_n 中小于 1 的个数。求: (I) θ 的矩估计; (II) θ 的最大似然估计。