

对师范大学本科数学专业《数学分析》课程改革的几点意见

郇中丹（北京师范大学数学系）

（教育部资助研究项目，发表在数学教育学报，2001年第二期）

1. 引言

在即将进入二十一世纪的今天，许多国家都在考虑如何应对科技进步和经济发展对教育所带来的挑战。这一挑战是双重的：一是如何利用科技进步和经济发展所给予的机遇来发展有关学科的教育，更新教育手段、方式和内容；一是一些基础学科如何面对生源缩减和经费紧张的挑战。在这样一个大形势下，我国的数学教育向何处去成为一个非常突出的问题。本文拟对本科（尤其是师范大学）数学专业数学分析课的改革谈几点意见。

作者的基本看法是：1. 数学分析的教学方法有相当大的成份是注疏性的。这在相当大的程度上导致了数学分析教学中过度（甚至是只）注意逻辑推理“能力”的而忽略了数学分析的其它部分能力的培养，比如计算能力、建模能力。也使得数学分析的教学内容和方法往往受限制于一本或几本名著。2. 计算机的发展和应用于学习、应用和研究（发展）数学提供了新的工具。一系列的数学软件包直接与数学分析相关联。应当在数学分析教学中有效地使用一些软件包并且讲授与此有关的一些基本观念，比如加入一定的算法（algorithm）方面的内容。

我们从原有数学分析教材存在的问题及其相关的后果，我们对数学分析课的理解，以及对数学分析课基本设想等三方面来陈述我们的看法。

2. 原有数学分析教材存在的问题

根据我们的了解，我国的数学教材总体状况是：由于中国的传统数学以实用为基本特点，所以我国近现代的数学在很大程度上是舶来品。1949年以前我们大学的数学教材多从欧美引入，而1949年以后则以学苏联为主，50年代末60年代初虽然力图有所创新，但可见的成果不多。文革后又基本上是恢复苏联四、五十年代的教学内容，其后又溶入了一些欧美教材的内容，有的也根据自己系里面一些方向的发展需要而加入一些内容。

由于这些历史的原因以及我国文化的一些特点，现有的大多数数学分析教材具有以下的一些特点：1. 注疏性：由于近现代数学的舶来品性质和我国的注疏传统，我们的教材往往是对某本外国教材的注释本或注释缩写本，因而缺乏对数学分析整体理解，更谈不上提纲挈领。2. 机械的实用性：我们根据不同专业的要求，对有关内容做些删减，比如文革前北京师范大学数学系课程的设计就提出围绕着中学数学教学内容转的原则。文革后虽然有所变化，但基本上还是被潮流赶着走，没有原则上的改变。

在具体内容上有以下几个问题：1. 一元微积分的讨论不厌其烦，而多元微积分则显得相当薄弱。这一方面是由于以往认为多元微积分是一元的平行推广，这大概与菲赫金格尔兹的数学分析教材的影响有关。另一方面，由于一元部分相对简单并且结果很多，这自然为我们的注疏潜力提供了发挥的舞台。2. 对基本理论的处理上缺乏通盘考虑，比如对 $\epsilon - \delta$ 语言：或者把它注疏得详而又详，搞得学生（何止学生！）不知所云，更不知通往何方；或者把学生微积分学得不好的原因完全归咎于 $\epsilon - \delta$ 语言，而提出种种弱化它的方案。对多元微积分中

的隐函数存在定理和反函数定理，或者认为没有什么用，或者畏之如虎。3. 缺乏与科学和时代发展相符合的应用实例，尤其是多元部分。4. 对级数部分，对 Taylor 级数和三角级数的讲法陈旧。没有注意到数值分析和小波分析的发展及其到数学应用的巨大推动。

由此带来的后果是：1. 相当大的一部分学生厌倦和惧怕数学。2. 学生普遍认为数学没有用，希望改行。3. 最后留下来继续学数学的学生不会应用，也不愿意应用。对于使用多变量的数学学科则多取回避的态度。

3. 我们对数学分析课的理解

我们认为数学分析课程对未来从事数学研究和数学应用及数学教育等方面人才的培养有如下作用：1. 数学分析课程提供一个近现代数学的雏形或模型，显示了近现代数学的基本特点，讨论问题的方式和证明方法。例如，如何把极限的思想由直观的描述升华成可以定量刻划的严格数学概念，什么是严格的数学概念，由这一教学过程所能揭示思想无疑是当代数学的最基本思想之一。又例如，多元微分学中关于隐函数和反函数的讨论，不仅引入了一系列非常重要的记号，而且引入了许多重要的证明思想。2. 数学分析还是许多数学学科和理论发展的参照，从理论框架到具体结果，比如泛函分析和微分方程的基本理论。3. 数学分析课上所讲授的技巧和所作的训练是非常基本的。这些内容无论是在数学研究，数学应用，还是在数学教师的培养上都是必需的。4. 数学分析课程在很大程度上显示了什么是数学以及数学所追求的境界：数学是怎样一步步变纯的，为什么要追求“纯”，“纯”的作用是什么，等等。数学分析课程是本科课程中少有的能够揭示众多数学内涵的课程。

数学分析课教学中所存在的种种问题的一个基本原因是相当数量的教师对数学分析缺乏理解以及自身数学素养不高，因而只能把分析课上成注释课，并由此衍生出许多莫名其妙的东西。

师范大学数学系承担着为中学培养高水平数学教师的巨大责任。教学上的任何失误都会自然地影响我国下一代的数学素养。我们现在就正在承受以往种种失误所造成的损失。我们不当再让这种情况再持续下去了。

4. 对数学分析课基本设想

1. 结合数学史阐述清楚数学分析(微积分)所研究的对象，方法和思想及其在整个近现代数学发展中的地位和在今数学发展与应用中的地位及作用。这样做的目的是让学生有较好的方向性认识，为以后学习过程中的严格训练作好心理准备。就目前的现况来说，这方面有大量的工作要做。

2. 实数系的完备性和极限的 $\epsilon - \delta$ 语言要认真讲并且要对学生作严格的训练。但应当尽量避免故弄玄虚和不必要的繁琐论证。

3. 严格训练计算能力。一种较流行的看法：认为计算能力比逻辑推理能力低一级，因而在教学和思想上忽视对学生计算能力的培养。这种看法的片面性似乎与我们的封建传统有些关系：无论什么，先分个高低贵贱再说。实际上，算一算往往是在科研和应用时的一种基本的探索手段，一些想法与启示也时常是在对一些具体问题的算一算的过程中获得的。把计算能力比

逻辑推理能力低一级的观念使得我们的学生往往眼高手低，在实际问题的处理上更是手忙脚乱。

4. 把使用计算机软件包(Maple, Matlab 和 Mathematica)的能力作为整个教学的一个有机部分, 也就是说把这些软件作为一种有效的工具来学. 比如: 培养学生较好的直观想象能力和使用这些软件包解决一些复杂的计算和画图问题. 让计算机的使用成为学生各种能力的一个组成部分, 为此需要设计一些课题和引导学生去自己发明和发现一些课题. 在这一过程中, 讲授一些这些软件包的一些运作原理, 并与人的运算与推理作些比较, 这无论对于学生在以后对计算机的使用与数学教育工作中都将有深远的影响.

5. 把多元部分作为重中之重. 这无论从数学的发展, 还是从实际应用以及计算机的使用都要求学生有较好的多元微积分基础. 与一元微积分相比, 多元微积分的有关内容的处理还有待深入些的研究. 这里要涉及到哪些是最基本的内容, 哪些是必须在数学分析课中完成的. 对这个问题, 我们拟在以后的文章中做专题讨论.

5. 结论

数学分析课内容设计和其教学的效果对我国未来的数学研究和应用工作者及数学教育工作者影响是十分巨大的, 有时甚至是决定性的. 我们认为我们有着义不容辞的责任把数学分析课程的改革工作做好.

当然这一改革本身是相当复杂的, 它与现在流行的数学教育的观念, 社会的现实状况, 教师以及学生的现状等等诸多因素相关. 这就决定了这项改革需要各方面(尤其是数学界)的共同关心和努力.