命题 1：存在$\mathbb{R}-\{0\}$到$\mathbb{R}$上的连续映射f，它不能扩张到$\mathbb{R}$上。

证：作$f:\mathbb{R}-\{0\}\to\mathbb{R}$如下：$x\mapsto\dfrac{1}{x}$，显然它不能扩张到$\mathbb{R}$上。

命题 2：设X满足T_4公理，A是X的闭子集，则连续映射$f:A\to E^n$可扩张到X上。

证：把E^n看作$\underbrace{E^1\times E^1\times\cdots\times E^1}_{n}$，记$f(x)=(f_1(x),\cdots,f_n(x))$，将每个$f_i$扩张到$\widetilde{f_i}:X\to E^1$，定义$\widetilde{f}:X\to E^n$为$\widetilde{f}(x)=(\widetilde{f}_1(x),\cdots,\widetilde{f_n}(x))$，则$\widetilde{f}$是$f$的扩张。

命题 3：拓扑空间Y的子集B称为Y的一个**收缩核**，如果存在连续映射$r:Y\to B$，使得$\forall x\in B,r(x)=x$；称r为Y到B的一个**收缩映射**。设D是E^n的收缩核，X满足T_4公理，A是X的闭子集。证明连续映射$f:A\to D$可扩张到X上。

证：设$i:D\to E^n$是包含映射，则$r\circ i=1$，$f=r\circ i\circ f$。$i\circ f:A\to E^n$可扩张为$\widetilde{f}:X\to E^n$，故$r\circ\widetilde{f}$是f的扩张。

命题 4：设$S^n=\{(x_1,\cdots,x_{n+1})\in E^{n+1}\mid\sum\limits_{i=1}^{n+1}{x_i}^2=1\}$（$n$**维球面**），$X$满足$T_4$公理。证明从$X$的闭集$A$到$S^n$的连续映射可以扩张到$A$的一个开邻域上。

证：设$i:S^n\to E^{n+1}$是包含映射，将$i\circ f$扩张为$g:X\to E^{n+1}$，记$U=g^{-1}(E^{n+1}\setminus\{0\})$，则$U$是$A$的开邻域，且$r\circ(g|_U):U\to S^n$是$f$的扩张。