

预备知识

预修课程 数学分析 线性代数

一些记号和定义

1. 如果 $f: M \rightarrow M'$ 满足: (1) f 既满又单; (2) f 连续; (3) f^{-1} 连续, 则称 f 是一个拓扑变换, 称 M 与 M' 是同胚的。记作 $M \cong M'$ 或

$$M \cong_f M' \text{ 或 } f: M \cong M'$$

2. $f\left(\bigcup_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda\right) = \bigcup_{\lambda \in \Lambda} f(A_\lambda)$, $f\left(\bigcap_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda\right) \subset \bigcap_{\lambda \in \Lambda} f(A_\lambda)$,

注 若 f 为单射, 则 $f\left(\bigcap_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda\right) = \bigcap_{\lambda \in \Lambda} f(A_\lambda)$

3. $f(f^{-1}(B)) \subset B$,

注 若 f 为满射, 则 $f(f^{-1}(B)) = B$

4. $f^{-1}(f(A)) \supset A$,

注 若 f 为单射, 则 $f^{-1}(f(A)) = A$

5. 恒等映射 $id_X: X \rightarrow X$, $a \mapsto a$.

6. 包含映射 $i: A \rightarrow X, a \mapsto a$, 其中 $A \subset X$.

7. 两个因子的笛卡尔积 $X \times Y = \{(x, y) \mid x \in X, y \in Y\}$;

任意个因子的笛卡尔积

$$\prod_{\lambda \in \Lambda} X_\lambda = \{f \mid f: \Lambda \rightarrow \bigcup_{\lambda \in \Lambda} X_\lambda \text{ 且 } f(\lambda) \in X_\lambda\}.$$

8. X 的对角线 $\Delta(X) = \{(x, x) \mid \forall x \in X\}$ 。

9. 等价关系

(1) 自反性; (2) 对称性; (3) 传递性。