汕头大学 2013 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：601
科目名称：数学（理）
适用专业：环境科学

考 生 须 知

答案一律写在答题纸上，答在试题纸上的不得分！请用黑色字迹签字笔作答，答题要写清题号，不必抄原题。

一．单项选择题（本题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选或未选均无分。

1．设事件 A 与 B 互不相容，且 $P(A)\neq 0$，$P(B)\neq 0$，则下面结论正确的是（　　）.

A．$\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 互不相容；　　B．$P(B|A)>0$；

C．$P(AB)=P(A)P(B)$；　　D．$P(A\overline{B})=P(A)$.

2．设 X 是一个离散型随机变量，则下列可以成为 X 的分布律的是(　　).

A. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ p & 1-p \end{pmatrix}$ （p 为任意实数)；　　B. $\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \\ 0.1 & 0.3 & 0.3 & 0.2 & 0.2 \end{pmatrix}$；

C. $P(X=n)=\dfrac{e^{-3}3^n}{n!}(n=1,2,\ldots)$；　　D. $P(X=n)=\dfrac{e^{-3}3^n}{n!}(n=0,1,2,\ldots)$.

3．下列命题不正确的是(　　).

A．设 X 的密度为 $f(x)$，则一定有 $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=1$；

B．设 X 为连续型随机变量，则 $P(X=$任一确定值$)=0$；

C．随机变量 X 的分布函数是事件"$X=x$"的概率；

D．随机变量 X 的分布函数 $F(x)$ 必有 $0\leq F(x)\leq 1$.

4．已知两随机变量 X 与 Y 有关系 $Y=0.8X+0.7$，则 X 与 Y 间的相关系数为（　　）.

A．1；　　B．-0.8；　　C．-1；　　D．0.7.

5. 设 X 的分布律为

X	-2	-1	0	1	2
p	a	1/4	1/8	b	1/8

则可能正确的是(　　　).

A. $a-b=1$;　B. $EX=1$;　C. $a+b<1/4$;　D. $EX<1/4$.

6. 设随机变量 X 的分布函数为 $F_X(x)$，则 $Y=3-5X$ 的分布函数 $F_Y(y)$ 为(　　).

A. $F_X(5y-3)$;　B. $1-F_X(\frac{3-y}{5})$;　C. $F_X(\frac{y+3}{5})$;　D. $5F_X(y)-3$.

7. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，其概率分布分别为

X	0	1
P	0.2	0.8

Y	0	1
P	0.2	0.8

则有(　　).

A. $X=Y$;　B. $P(X=Y)=0$;　C. $P(X=Y)=1$;　D. $P(X=Y)=0.68$.

8. 设 $X_i \sim N(0,4)$, i=1,2,3, 且相互独立, 则(　　　)成立.

A. $\frac{X_1}{4} \sim N(0,1)$;　B. $\frac{X_2+X_3}{\sqrt{8}} \sim N(0,1)$;

C. $X_1+X_2+X_3 \sim N(0,8)$;　D. $X_1+X_2-X_3 \sim N(0,4)$.

9. 设总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 是来自总体的一个样本，则 $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$ 是(　　　).

A. μ 的无偏估计;　B. σ^2 的无偏估计;　C. μ 的矩估计;　D. σ^2 的矩估计.

10. 对正态总体的数学期望进行假设检验，如果在显著水平 $\alpha=0.05$ 下，接受假设 $H_0:\mu=\mu_0$，则在显著水平 $\alpha=0.01$ 下，下列结论中正确的是（　）.

A. 必接受 H_0;　B. 可能接受，也可能拒绝 H_0;

C. 必拒绝 H_0;　D. 不接受，也不拒绝 H_0.

二.（本题共 2 小题，共 16 分）

1. (10 分) 设 $P(A)=0.5, P(B)=0.6, P(B|\bar{A})=0.8$，求 A, B 至少有一个发生的概率?

2. (6 分) 根据以往资料表明，一个三口之家患某种传染病的概率有以下规律:
$P(\text{孩子得病})=0.6, P(\text{母亲得病}|\text{孩子得病})=0.5, P(\text{父亲得病}|\text{母亲及孩子得病})=0.4$，那么一个三口之家患这种传染病的概率为多少?

三.（本题 10 分）某种型号的器件的寿命 X（以小时计）的概率密度是

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{1000}{x^2}, & x>1000 \\ 0, & x\le 1000 \end{cases}$$

现有一大批此种器件（设各器件损坏与否相互独立），任取 5 只，问其中至少有 2 只寿命大于 1500 小时的概率是多少?

四.（共 28 分）设二维随机变量 (X,Y) 服从平面区域 $D=\{(x,y):x^2+y^2\le 1\}$ 上的均匀分布.

(1) 试求二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度函数，并计算 $P(X+Y\leqslant 1)$;

(2) 求随机变量 X 和 Y 各自的边缘概率密度函数;

(3) 求 $E(X)$ 和 $E(Y)$;

(4) 判断随机变量 X 和 Y 是否相互独立?

五.（本题 10 分）设总体为正态分布 $N(\mu,1)$，为得到 μ 的置信水平为 0.95 的置信区间长度不超过 1.2，样本容量应为多大?

六.（本题 16 分）食品厂用自动装罐机装罐头食品，每罐的标准重量为 500g。每隔一定的时间，需要检验机器的工作情况。现抽得 10 罐，测得其重量（单位：g）的平均值为 $\bar{X}=498$，样本方差 $S^2=6.5^2$。假定罐头的重量 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，试问机器的工作是否正常（显著性水平 $\alpha=0.02$）?

七.（本题 24 分）某厂生产某产品 1000 件，其价格为 $P=2000$ 元/件，其使用寿命 X（单位：天）的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{20000}e^{-\frac{1}{20000}(x-365)}, & x\ge 365\\ 0, & x<365\end{cases}$$

现由某保险公司为其质量进行保险：厂方向保险公司交保费 P_0 元/件，若每件产品的寿命小于 1095 天（3 年），则由保险公司按原价赔偿 2000 元/件. 试由中心极限定理计算： $(e^{-0.0365}\approx 0.96)$

(1) 若保费 $P_0=100$ 元/件, 保险公司亏本的概率？

(2) 试确定保费 P_0，使保险公司亏本的概率不超过1%.

八.（本题 20 分）已知分子运动的速度 X 具有概率密度

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{4x^2}{\alpha^3\sqrt{\pi}}e^{-(\frac{x}{\alpha})^2}, & x>0,\quad \alpha>0,\\ 0, & x\le 0.\end{cases}$$

x_1, $x_2,\cdots$, x_n 为 X 的简单随机样本.

（1）求未知参数 α 的矩估计和极大似然估计；（2）验证所求得的矩估计是否为 α 的无偏估计。

九.（本题 6 分）设事件 A、B、C 相互独立，试证明 $A\cup B$ 与 C 相互独立.

附：分布数值表

标准正态分布函数表 $\Phi_0(u)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{u}e^{-\frac{x^2}{2}}\mathrm{d}x$

$\Phi_0(1.65)=0.95$，$\Phi_0(1.96)=0.975$，$\Phi_0(1.45)=0.926$，$\Phi_0(1.60)=0.945$，
$\Phi_0(1.61)=0.946$，$\Phi_0(1.62)=0.947$，$\Phi_0(2.05)=0.98$，$\Phi_0(2.33)=0.99$

t 分布表 $P\{|t(n)|>t_\alpha\}=\alpha$

$t_{0.01}(9)=3.25$，$t_{0.01}(10)=3.17$，$t_{0.02}(9)=2.82$，$t_{0.02}(10)=2.76$