

# 中山大学

## 二〇一四年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码: 604

科目名称: 数学二(单考)

考试时间: 1月5日上午

考生须知

全部答案一律写在答题纸上, 答在试题纸上的不计分! 答题要写清题号, 不必抄题。

### 一、填空题(每小题5分, 共40分)

1. 函数  $y = \sqrt{\frac{2+x}{2-x}}$  的定义域为 \_\_\_\_\_。
2. 过点  $(3, 0, -1)$  且与平面  $3x + y + 5z = 9$  平行的平面方程为 \_\_\_\_\_。
3. 在空间解析几何中, 方程  $x^2 + y^2 = 4$  表示的图形是 \_\_\_\_\_。
4. 一动点与两定点  $(2, 3, 1)$  和  $(2, 1, 3)$  等距离, 则该动点的轨迹方程为 \_\_\_\_\_。
5. 讨论函数的凸凹性, 函数  $y = 12 + 4x + x^2$  是一个 \_\_\_\_\_ 函数。
6.  $\int x e^x dx =$  \_\_\_\_\_。
7. 级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n-10}$  的敛散性为 \_\_\_\_\_。
8. 若  $f(x) < g(x)$  且  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A, \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = B$ , 则 A 与 B 的关系是 \_\_\_\_\_。

### 二、单项选择题(每小题5分, 共30分)

1. 下列陈述哪个正确 ( )
  - A、如果  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 、 $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$  都存在, 那么  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$  存在
  - B、如果  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 、 $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$  都存在, 那么  $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x)g(x))$  存在
  - C、如果  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 、 $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$  都不存在, 那么  $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x))$  不存在
  - D、如果  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  存在, 但  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$  不存在, 那么  $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x)g(x))$  不存在
2. 计算  $x^2 + y^2 + z = 0$  与平面  $z = -4$  所围立体的体积, 下列式中正确的是 ( )
  - A、 $\iint_{x^2+y^2 \leq 4} (x^2 + y^2 - 4) d\sigma$
  - B、 $\iint_{x^2+y^2 \leq 4} (4 + x^2 + y^2) d\sigma$
  - C、 $\iint_{x^2+y^2 \leq 4} \sqrt{4 - x^2 - y^2} d\sigma$
  - D、 $\iint_{x^2+y^2 \leq 4} (4 - x^2 - y^2) d\sigma$

3. 设幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  在点  $x=1$  处发散, 则在点  $x=-2$  处必定 ( )

A、绝对收敛    B、条件收敛    C、发散    D、收敛性与  $a_n$  有关

4. 下列级数发散的是 ( )

A、 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin(\cos n)}{n^2}$

B、 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[5]{n}}$

C、 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n!}$

D、 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}-1}$

5. 设  $f(x) = \sqrt[3]{x}-1$ , 则当  $x \rightarrow 1$  时, 有 ( )

A、 $f(x)$  与  $x-1$  是等价无穷小量

B、 $f(x)$  与  $x-1$  是同阶无穷小量

C、 $f(x)$  是比  $x-1$  高阶的无穷小量

D、 $f(x)$  是比  $x-1$  低阶的无穷小量

6. 曲线  $y^2 = x$  与直线  $x=1$  所围成的图形的面积为 ( )

A、 $\frac{2}{3}$

B、 $\frac{3}{4}$

C、 $\frac{4}{3}$

D、1

三、计算下列极限 (每小题 6 分, 共 18 分)

1.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x - 3}$

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - 1}{\sqrt{1+x} - 1}$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x + \cos x}$

四、求下列偏导与全微分 (每小题 7 分, 共 14 分)

1、 $z = x^2 e^y + \sin(x + y^2) + 1$ , 求  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ .

2、 $x^2 + 3^{xy} + z^2 = 4z$ , 求  $dz$

五、求由平面  $x=0, y=0, x=1, y=1$  所围成的柱体被平面  $z=0$  及平面  $2x+3y+z=6$  截得的立体体积。(15分)

六、用微分中值定理证明当  $x > 0$  时,  $\frac{x}{1+x} < \ln(1+x) < x$ 。(15分)

七、交换累次积分次序  $\int_{-1}^2 dx \int_{x^2-1}^{x+1} f(x,y) dy$  (8分)

八、计算曲线积分  $\int_L (x^2 - y^2) dx$ , 其中  $L$  为抛物线  $y = x^2$  上从点  $(0,0)$  到点  $(2,4)$  的一段弧。(10分)