



- ▶ 科研成果
- ▶ 研究专题
- ▶ 获奖

## 非线性期望下倒向随机微分方程适定性研究取得进展

【大中小】 【打印】 【关闭】

2016-04-20 | 编辑: 文\经济金融部

非线性期望是经典的线性期望的推广,是最近十几年发展起来的概率论的一个重要分支。彭实戈院士引入非线性期望的理论框架主要有以下两方面的动机:(1)研究金融经济中的“波动率不确定性”;(2)通过概率方法研究完全非线性的偏微分方程。

在经典概率空间中,某个随机事件发生与否则是不确定的,但我们假定该事件发生的概率是确定的,即存在唯一的概率测度。这种概率测度或概率分布确定的情况,在金融经济学中称为“风险”。然而,在现实世界中,事实并非如此。比如,我们已知某个随机变量满足正态分布,但可能并不知道其确切的均值与方差,即模型本身是不确定的。在金融经济中,收益的不确定性可以划分为两部分,一个是收益的风险,另一个是模型的不确定性。而实证数据显示,后者占有更大的比重。如何量化模型的不确定性,是目前金融经济领域关注的热点之一。彭实戈院士引进非线性期望理论为研究这一问题提供了理论与工具支持。

Feynman-Kac公式在偏微分方程与随机过程之间建立了桥梁。一方面,利用随机过程对偏微分方程的解给出概率表示。这是概率方法研究偏微分方程的起点,基于此,研究人员可以通过概率工具来研究相应的偏微分方程解的性质。另一方面,也可以通过偏微分方程的解来研究随机过程的分布性质。然而,经典的Feynman-Kac公式只是对线性偏微分方程给出概率解释。Pardoux and Peng (1990)证明了Wiener概率空间中布朗运动驱动的一般非线性倒向随机微分方程解的存在唯一性。通过倒向随机微分方程的解,Peng(1991)给出并证明了广义Feynman-Kac公式,对半线性和拟线性的偏微分方程给出概率解释。然而,由于Wiener概率空间自身的局限性,研究人员没有办法对完全非线性偏微分方程给出概率刻画。

为了建立完全非线性偏微分方程的概率表示,需要证明非线性期望下倒向随机微分方程(BSDE)的适定性。而BSDE适定性的研究,基于相应的非线性期望下鞅的结构。关于非线性期望下鞅的结构:经济金融部研究人员宋永生在前人工作的基础上完全证明了彭实戈院士提出的G-鞅分解定理;证明了G-鞅表示的唯一性;与合作者给出了G-鞅的完全表示。基于此,宋永生与合作者证明了G-布朗运动驱动的BSDE解的存在唯一性,并对一类完全非线性的PDE给出概率解释(非线性Feynman-Kac公式)。非线性期望下的倒向随机微分方程理论在不确定性模型下的金融衍生品定价、风险管理、最优投资组合等方面将有重要应用。

