

数
系
天
地
勤
笃
求
真

中国科学院数学与系统科学研究院

Academy of Mathematics and Systems Science
Chinese Academy of Sciences[首页](#) [单位概况](#) [组织机构](#) [研究队伍](#) [科研成果](#) [教育培养](#) [党群文化](#) [人与事](#) [期刊学会](#) [图书馆](#) [信息公开](#)[新闻动态](#)当前位置: [首页](#) > [新闻动态](#) > [科研进展](#)[科研进展](#)[综合新闻](#)[传媒扫描](#)

(谢和虎) 非线性问题的多水平校正算法

2020-05-13

众所周知,在科学研究与工程实际中存在着大量的非线性问题,比如特征值问题、带不等式约束的最优控制问题等.尤其是其中的特征值问题是个基本而又有特色的问题,大量出现于量子力学、复杂结构共振模态分析、材料科学中.相对于边值问题的求解,特征值问题和非线性方程的求解更加复杂和困难,内存开销往往也更大,研究特征值问题和非线性方程的高效算法及其理论具有重要的理论和实际意义.

基于对有限元中Aubin-Nitsche技巧的新认识,我们构造了求解特征值问题和非线性方程的多水平校正算法,并且给出了相应的理论分析,显著提高了求解这些问题的效率.利用定义在粗网格上的有限元空间,我们构造了一个特殊的低维子空间,它可以把细网格上高维的特征值问题或非线性方程的求解转换成细网格上线性边值问题的求解和我们所构造的低维子空间上特征值问题或非线性方程的求解.由于避免了在细网格上直接求解高维的特征值问题和非线性方程,多水平校正算法显著地提高了它们的求解效率.特别地,当求解多项式形式的非线性方程(包括特征值问题)时,我们设计的多水平校正算法的渐近计算量可以达到最优且与非线性迭代次数无关,这是求解非线性问题所能达到的最优程度.

多水平校正算法是一种全新的非线性迭代方法,为多重网格算法在非线性问题中的应用提供了合理的方式,可以作为设计非线性问题多重网格类和其它高效算法的框架,为把求解非线性问题的计算量减少到求解线性问题的计算量提供了途径.目前为止,已使用扩展子空间算法和多水平校正算法设计了求解线性特征值问题、带不等式约束的最优控制问题、Bose-Einstein凝聚的基态问题、电子结构中的Kohn-Sham方程、反散射特征值问题、多尺度特征值问题和半线性椭圆方程等的多水平或多重网格算法.多水平校正算法已被一些研究者用来设计求解其它问题的高效算法,近来也被半导体研究中的Anderson局域化问题的数值模拟所关注.

参考文献:

- [1] Hehu Xie, A multigrid method for eigenvalue problem, *Journal of Computational Physics*, 274 (2014), 550-561.
- [2] Hehu Xie, A type of multilevel method for the Steklov eigenvalue problem, *IMA Journal of Numerical Analysis*, 34(2) (2014), 592-608.
- [3] Qun Lin and Hehu Xie, A multi-level correction scheme for eigenvalue problems, *Mathematics of Computation*, 84 (2015), 71-88, (高被引论文).
- [4] Wei Gong, Hehu Xie and N. Yan, A multilevel correction method for optimal controls of elliptic equation, *SIAM Journal on Scientific Computing*, 37(5) (2015), A2198-A2221.
- [5] Guanghui Hu, H. Xie and Fei Xu, A multilevel correction adaptive finite element method for Kohn-Sham equation, *Journal of Computational Physics*, 355(15), (2018), 436-449.
- [6] Qichen Hong, Hehu Xie and Fei Xu, A Multilevel Correction Type of Adaptive Finite Element Method for Eigenvalue Problems, *SIAM Journal on Scientific Computing*, 40(6) (2018), A4208-A4235.
- [7] Hehu Xie, Lei Zhang and Houman Owahdi, Fast eigenpairs computation with operator adapted wavelets and hierarchical subspace correction, *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 57(6) (2019), 2519-2550.
- [8] Xia Ji, Jiguang Sun and Hehu Xie, A multigrid method for Helmholtz transmission eigenvalue problems, *Journal of Scientific Computing*, 60(2) (2014), 276-294.
- [9] Hehu Xie, A type of multi-level correction scheme for eigenvalue problems by nonconforming finite element methods, *BIT Numerical Mathematics*, 55 (2015), 1243 - 1266.
- [10] Hehu Xie and Xinming Wu, A multilevel correction method for interior transmission eigenvalue problem, *Journal of Scientific Computing*, 72(2) (2017), 586-604.
- [11] 林群、谢和虎,有限元Aubin-Nitsche技巧新认识及其应用, *数学的实践与认识*, 17 (2011), 247-258.

[12] 谢和虎, 非线性特征值问题的多重网格算法, 中国科学:数学, 45(8) (2015), 1193-1204.

[13] Hehu Xie and Manting Xie, A multigrid method for the ground state solution of Bose-Einstein condensates, Communications in Computational Physics, 19(3) (2016), 648-662.

[14] Ning Zhang, Fei Xu and Hehu Xie, An efficient multigrid method for ground state solution of Bose-Einstein condensates, International Journal of Numerical Analysis and Modeling, 16(5) (2019), 789-803.

[【打印本页】](#) [【关闭本页】](#)

[电子政务平台](#) | [科技网邮箱](#) | [ARP系统](#) | [会议服务平台](#) | [联系我们](#) | [友情链接](#)



版权所有 © 中国科学院数学与系统科学研究院 备案号: 京ICP备05002806-1号 京公网安备110402500020号
电话: 86-10-82541777 传真: 86-10-82541972 Email: contact@amss.ac.cn
地址: 北京市海淀区中关村东路55号 邮政编码: 100190

