

模型优化在企业经济问题中的应用 ——饮料包装罐形状的设计

文/高秀娟 王兰芸 段智力

随着饮料产品的繁荣发展,饮料包装市场的竞争在不断加剧,对众多制罐企业来说,如何在生产中最大限度地减少用料,提高材料利用率,降低生产成本,获取较高利润是企业追求的共同目标。从品种众多的饮料包装罐来看,圆柱形居多。这种普遍性蕴涵着一种合理性,从数学模型的角度来看,这是模型优化的结果。不同的形状一方面取决于圆柱底面直径和柱体高度的比,另一方面还体现在罐体上部的变化。有些饮品的包装罐罐体各部分厚度是一致的,然而对于盛装啤酒的易拉罐而言,厂家必须考虑到罐体各部分承受的压力差异,在制作时把厚度差异考虑进去,保证在保存及运输时的安全性。

下面分别在罐体体积为常量的前提下,分三种情况讨论包装罐的最优模型。

一. 厚度一致的圆柱形

设饮料罐用料体积为 V ,罐内部体积为 V_1 ,罐底半径为 r ,罐体高为 h ,罐壁厚度为 δ ,则这时模型的最优问题就是在体积一定的前提下,求解目标函数的最小值问题。

由得,带入,则得

的极值点满足

解得,从而解得

从求解结果得出该圆柱形的最优模型为柱体高与半径之比为2:1,即高和直径是相等,这是一个正圆柱体。

二. 厚度不一致的圆柱形

以盛放啤酒的易拉罐为例,你稍加注意就不难发现罐体各部分厚度的差异。通过实际测量可以证实:罐身最薄,罐底次之,最厚的是罐顶。设罐身厚度为 δ_1 ,罐顶的厚度以及罐底的厚度分别为罐身厚度的 k 倍和 m 倍,则

此时数学模型的求解实质就是在(常数)的前提下求解多元函数极值问题。利用拉格朗日乘数法,引入辅助函数

在极值点处,满足辅助函数对偏导同时为零。

从而得有效解为:

, ,
即

由此看来,当罐体上下底与罐壁厚度不一致时,罐体形状取决于上下底厚度和与壁厚的比值。

以罐装雪花牌啤酒为例,实际测量得出,即,即易拉罐的高与半径的比约为4:1,与实测数据吻合较好。

三. 厚度不一致的上部为小圆台下部为圆柱形

前一种模型不具有普遍性,市场上更多的易拉罐形状是上面为圆台,下面为圆柱形,其纵切面如右图(1)。

假设小圆台的高为 h_1 ,罐身总高为 H ,设上盖、下底、圆台、圆柱四部分所用材料的体积分别为 V_1, V_2, V_3, V_4 ,再设上盖、下底的厚度分别是侧壁厚度的 k 倍和 m 倍,上盖、下底的半径分别为 r_1, r_2 ,则有:

这个模型是在(常数)的前提下,求解的最小值。
根据Lagrange乘法法原理,构造一个辅助函数

对求偏导,则极值点满足各个偏导为零,即有下列方程组成立:

给出一组实测数据, $V=355$, 带入上方程组,再利用牛顿迭代法解得分别为:
2.1265 3.2527 1.6138 10.1428 -0.6149

即圆台的上盖半径为: 2.127cm; 下底半径为: 3.253cm; 圆台的高为: 1.614cm; 圆柱部分的

为: 10.142cm; 的值为: -0.615

比较来看, 这组数值和我们实际测量的数值非常接近, 可以说如此设计的方案是这种形状易拉罐的最优方案。

数学模型具有广泛的应用性, 数学模型运用到企业经济问题中, 可以帮助分析问题、解决问题, 进而辅助决策, 提高企业经济效益。尤其在社会飞速发展的今天, 经济数学模型方法显得越来越重要。仅一个小小的饮料罐, 里面就蕴涵着复杂的数学模型了(作者单位: 段智力、高秀娟/白城师范学院数学系; 王兰芸/白城市气象局)

相关链接

模型优化在企业经济问题中的应用
落实科学发展观, 推动循环经济发展
就业与经济发展
试论经济法的调整对象
中部地区经济增长方式剖析
转轨经济中融资结构的选择
重构知识经济时代企业的心智模式
经济发展中社会保障与城市化健康发展
基于操作层面对跨国并购绩效影响因素的分类
我国经济发达地区在经济腾飞阶段土地利用研究

本网站为集团经济研究杂志社唯一网站, 所刊登的集团经济研究各种新闻、信息和各种专题专栏资料, 均为集团经济研究版权所有。

地址: 北京市朝阳区关东店甲1号106室 邮编: 100020 电话/传真: (010) 65015547/ 65015546

制作单位: 集团经济研究网络中心