



经济学类各专业核心课程

计量经济学

计量经济学

第十一章

联立方程模型的估计

联立方程模型的估计

本节基本内容:

- 联立方程模型估计方法的选择
- 递归模型的估计——OLS
- 恰好识别方程的估计——ILS
- 过度识别方程的估计——TSLS

一、联立方程模型估计方法的选择

模型参数的估计方式应考虑以下因素：

1. 从研究目的考虑参数估计的方式

(1) 若是为了经济结构分析，检验经济理论

——应力争准确估计结构型参数

(2) 若为了评价政策、论证政策效应

——应力争准确估计简化型参数（反映“政策乘数”、“效果乘数”）

(3) 若只是为了预测

——直接估计简化型参数即可

2.模型的识别条件

对于递归型模型 —— 直接用OLS法

对于恰好识别模型——用间接最小二乘法、
工具变量法

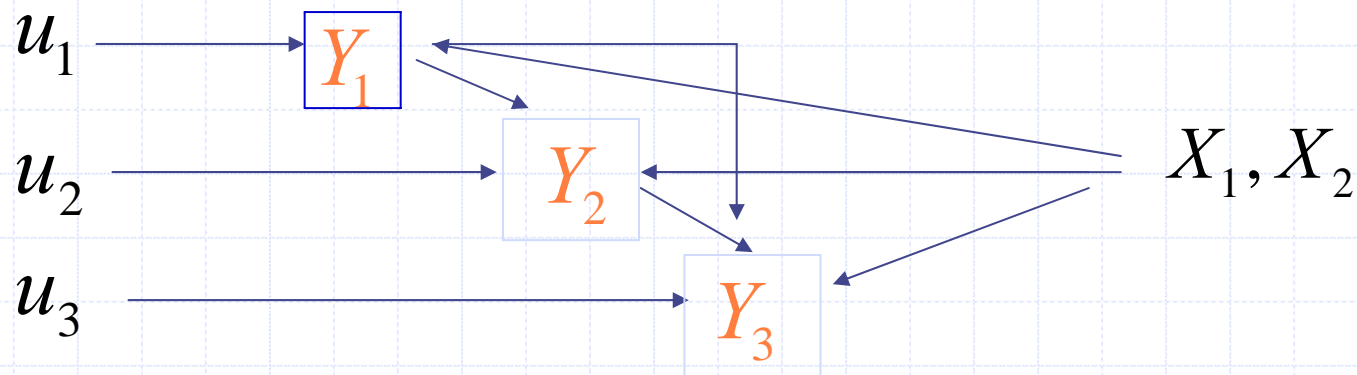
对于过度识别模型——用二阶段最小二乘法、
三阶段最小二乘

对于不足识别模型——不能估计其结构型参数

3.考虑数据的可用性和计算方法的复杂性

二、递归模型的估计 - OLS

递归模型中各内生变量之间的联系只是单向的，都满足OLS基本假定，实际没有联立方程偏倚问题，可以直接按顺序逐个方程用OLS估计



三、恰好识别模型的估计——ILS

基本思想:

恰好识别模型通过简化型参数可以唯一确定结构型参数。显然，可以先用OLS法估计简化型参数，然后求解出结构型参数，即间接最小二乘法（ILS）。

估计步骤:

- 先将结构型方程变换为简化型方程
- 用OLS法估计简化型参数
- 从简化型与结构型参数的关系式求解结构型参数

间接最小二乘估计的特性

- 简化型参数的估计是无偏的（小样本），并且是一致估计式（大样本）
- 结构型参数估计在小样本中是有偏的（因结构型参数与简化型参数是非线性系），但在大样本中是一致估计量（可证明）
- 结构型参数不是完全有效的，即一般不具有最小方差

四、过度识别方程的估计——TSLS

基本思想：

由结构型方程变换得到的简化型方程的一般形式为

$$Y_1 = \pi_{11}X_1 + \pi_{12}X_2 + \dots + \pi_{1k}X_k + v_1$$

$$Y_2 = \pi_{21}X_1 + \pi_{22}X_2 + \dots + \pi_{2k}X_k + v_2$$

.....

$$Y_m = \pi_{m1}X_1 + \pi_{m2}X_2 + \dots + \pi_{mk}X_k + v_m$$

精确分量

随机分量

●用OLS法估计出简化型参数 $\hat{\pi}_{ij}$ ，可以由 $\hat{\pi}_{ij}$ 计算出 \hat{Y}_i 精确分量的估计值

●由简化型方程估计的 \hat{Y}_i 与结构型方程中的随机扰动项 u_i 不相关，但作为精确分量， Y_i 与 \hat{Y}_i 高度相关，可用 \hat{Y}_i 替代作为解释变量的 Y_i ，然后对变换以后的结构方程用OLS法估计其参数

二阶段最小二乘法实际是用 \hat{Y}_i 作为 Y_i 的工具变量

二阶段最小二乘法的假定条件

- 结构方程必须是可识别的
- 结构型方程必须满足基本假定
- 样本容量足够大

二阶段最小二乘法的估计步骤

第一步（第一阶段）：

利用简化型方程，将第 i 个结构方程解释变量中出现的内生变量直接对所有的前定变量回归（不须进行简化型模型的变换，也不须导出简化型参数与结构型参数的关系式）

$$Y_1 = \pi_{11}X_1 + \pi_{12}X_2 + \dots + \pi_{1k}X_k + v_1$$

$$Y_2 = \pi_{21}X_1 + \pi_{22}X_2 + \dots + \pi_{2k}X_k + v_2$$

.....

$$Y_m = \pi_{m1}X_1 + \pi_{m2}X_2 + \dots + \pi_{mk}X_k + v_m$$

用OLS法估计其参数得 $\hat{\pi}_{ij}$

第二步（属第一段）：

利用所估计的 $\hat{\pi}_{ij}$ 和前定变量 X 求出所需要的 \hat{Y}_i

$$\hat{Y}_i = \hat{\pi}_{11} X_1 + \hat{\pi}_{12} X_2 + \dots + \hat{\pi}_{ik} X_k$$

第三步：（属第二段）

用估计的 \hat{Y}_i 去替代结构方程中作为解释变量的内生变量 Y_i ，得：

$$Y_i = \beta_{i1} \hat{Y}_1 + \beta_{i2} \hat{Y}_2 + \dots + \beta_{im} \hat{Y}_m + \gamma_{i1} X_1 + \dots + \gamma_{ik} X_k + u_i^*$$

用OLS法估计其参数得结构方程参数的TOLS估计量

二阶段最小二乘法的特性

- 小样本时估计量是有偏的
- 大样本时（当 $n \rightarrow \infty$ ）TOLS估计 渐进无偏
- TOLS估计是渐进有效的
- 对于恰好识别方程TOLS估计与间接最小二乘估计结果是一致的

注意：

运用二阶段最小二乘法时应关注简化型模型的可决系数 R^2 ：

- ◆ 第一段回归时 R^2 高，说明 Y_i 与 \hat{Y}_i 很接近
- ◆ 若第一段简化型回归 R^2 很低，说明 \hat{Y}_i 对 Y_i 的代表性不强， Y_i 很大程度上受随机分量决定，TOLS 估计事实上将无意义

第四节 案例分析

一、模型设定

采用基于三部门的凯恩斯总需求决定模型，在不考虑进出口的条件下，通过消费者、企业、政府的经济活动，分析总收入的变动对消费和投资的影响。设理论模型如下：

$$Y_t = C_t + I_t + G_t$$

$$C_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_t + u_{1t}$$

$$I_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t + u_{2t}$$

其中， Y_t 为支出法**GDP**， C_t 为消费， I_t 为投资， G_t 为政府支出；内生变量为 Y_t 、 C_t 、 I_t ，前定变量为 G_t ，即 $M = 3, k = 1$

二、模型的识别性

根据上述理论方程，其结构型的标准形式的系数矩阵为

$$(B, \Gamma) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & 1 & -1 \\ -\alpha_0 & 1 & 0 & -\alpha_1 & 0 \\ -\beta_0 & 0 & 1 & -\beta_1 & 0 \end{pmatrix}$$

由于第一个方程为恒定式，不需要对其识别性进行判断。根据前面的阶条件和秩条件判断准则（过程略），消费函数和投资函数都是恰好识别，故下面直接采用间接最小二乘法进行参数估计。

三、模型的估计

1978-2003年中国GDP、消费、投资、财政支出（作为政府支出的替代变量）的数据：

| 年份 | 支出法GDP | 消费 | 投资 | 政府支出 |
|------|---------|--------|--------|--------|
| 1978 | 3605.6 | 2239.1 | 1377.9 | 480.0 |
| 1979 | 4074.0 | 2619.4 | 1474.2 | 614.0 |
| 1980 | 4551.3 | 2976.1 | 1590.0 | 659.0 |
| 1981 | 4901.4 | 3309.1 | 1581.0 | 705.0 |
| 1982 | 5489.2 | 3637.9 | 1760.2 | 770.0 |
| 1983 | 6076.3 | 4020.5 | 2005.0 | 838.0 |
| 1984 | 7164.4 | 4694.5 | 2468.6 | 1020.0 |
| 1985 | 8792.1 | 5773.0 | 3386.0 | 1184.0 |
| 1986 | 10132.8 | 6542.0 | 3846.0 | 1367.0 |
| 1987 | 11784.7 | 7451.2 | 4322.0 | 1490.0 |
| 1988 | 14704.0 | 9360.1 | 5495.0 | 1727.0 |

| | | | | |
|------|----------|---------|---------|---------|
| 1989 | 16466.0 | 10556.5 | 6095.0 | 2033.0 |
| 1990 | 18319.5 | 11365.2 | 6444.0 | 2252.0 |
| 1991 | 21280.4 | 13145.9 | 7517.0 | 2830.0 |
| 1992 | 25863.7 | 15952.1 | 9636.0 | 3492.3 |
| 1993 | 34500.7 | 20182.1 | 14998.0 | 4499.7 |
| 1994 | 46690.7 | 26796.0 | 19260.6 | 5986.2 |
| 1995 | 58510.5 | 33635.0 | 23877.0 | 6690.5 |
| 1996 | 68330.4 | 40003.9 | 26867.2 | 7851.6 |
| 1997 | 74894.2 | 43579.4 | 28457.6 | 8724.8 |
| 1998 | 79003.3 | 46405.9 | 29545.9 | 9484.8 |
| 1999 | 82673.1 | 49722.7 | 30701.6 | 10388.3 |
| 2000 | 89340.9 | 54600.9 | 32499.8 | 11705.3 |
| 2001 | 98592.9 | 58927.4 | 37460.8 | 13029.3 |
| 2002 | 107897.6 | 62798.5 | 42304.9 | 13916.9 |
| 2003 | 121511.4 | 67442.5 | 51382.7 | 14764.0 |

1. 恰好识别方程的ILS估计

根据ILS法，首先将结构型模型转变为简化型模型：

$$Y = \pi_{00} + \pi_{01}G$$

$$C = \pi_{10} + \pi_{11}G$$

$$I = \pi_{20} + \pi_{21}G$$

则结构型模型的系数与简化型模型系数的关系为：

$$\pi_{00} = \frac{\alpha_0 + \beta_0}{1 - \alpha_1 - \beta_1}, \quad \pi_{01} = \frac{1}{1 - \alpha_1 - \beta_1}, \quad \pi_{10} = \alpha_0 + \alpha_1 \frac{\alpha_0 + \beta_0}{1 - \alpha_1 - \beta_1},$$

$$\pi_{11} = \frac{\alpha_1}{1 - \alpha_1 - \beta_1}, \quad \pi_{20} = \beta_0 + \beta_1 \frac{\alpha_0 + \beta_0}{1 - \alpha_1 - \beta_1}, \quad \pi_{21} = \frac{\beta_1}{1 - \alpha_1 - \beta_1}$$

用EViews软件对简化型模型进行估计，结果如下：

$$\hat{Y} = -205.4438 + 8.0192G$$

$$\hat{C} = 481.985 + 4.6319G$$

$$\hat{I} = -370.3287 + 3.1593G$$

由于模型是恰好识别的，则由结构型模型系数与简化型模型系数之间的关系，可以唯一地解出结构型模型系数的估计，从而得到结构型模型的估计为：

$$Y = C + I + G$$

$$C = 600.6493 + 0.5776Y + u_1$$

$$I = -289.3838 + 0.3940Y + u_2$$

2. 过度识别方程的TSLLS估计

考虑在宏观经济活动中，当期消费行为还要受到上一期消费的影响，当期的投资行为也要受到上一期投资的影响，因此，在上述模型里再引入 C_t 和 I_t 的滞后一期变量 C_{t-1} 和 I_{t-1} 。这时模型可以写为：

$$Y_t = C_t + I_t + G_t$$

$$C_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_t + \alpha_2 C_{t-1} + u_{1t}$$

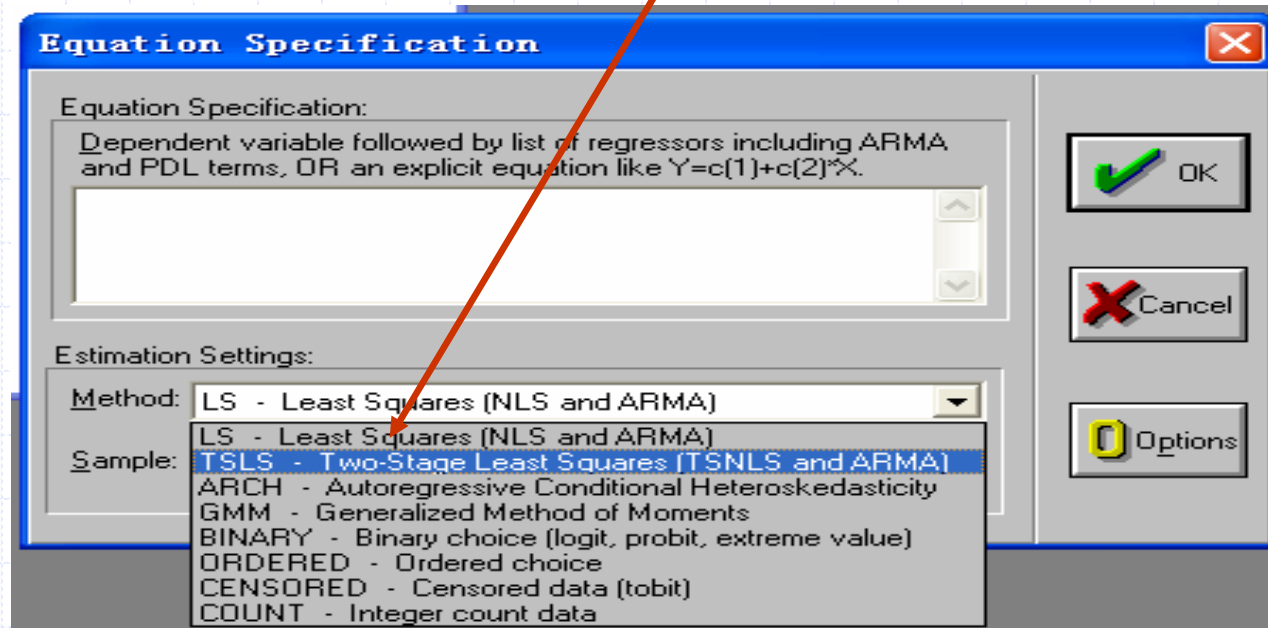
$$I_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t + \beta_2 I_{t-1} + u_{2t}$$

用阶条件和秩条件对上述模型进行识别判断（过程略），结论是消费函数和投资函数均是过度识别的。需要用TOLS对方程组的参数进行估计。

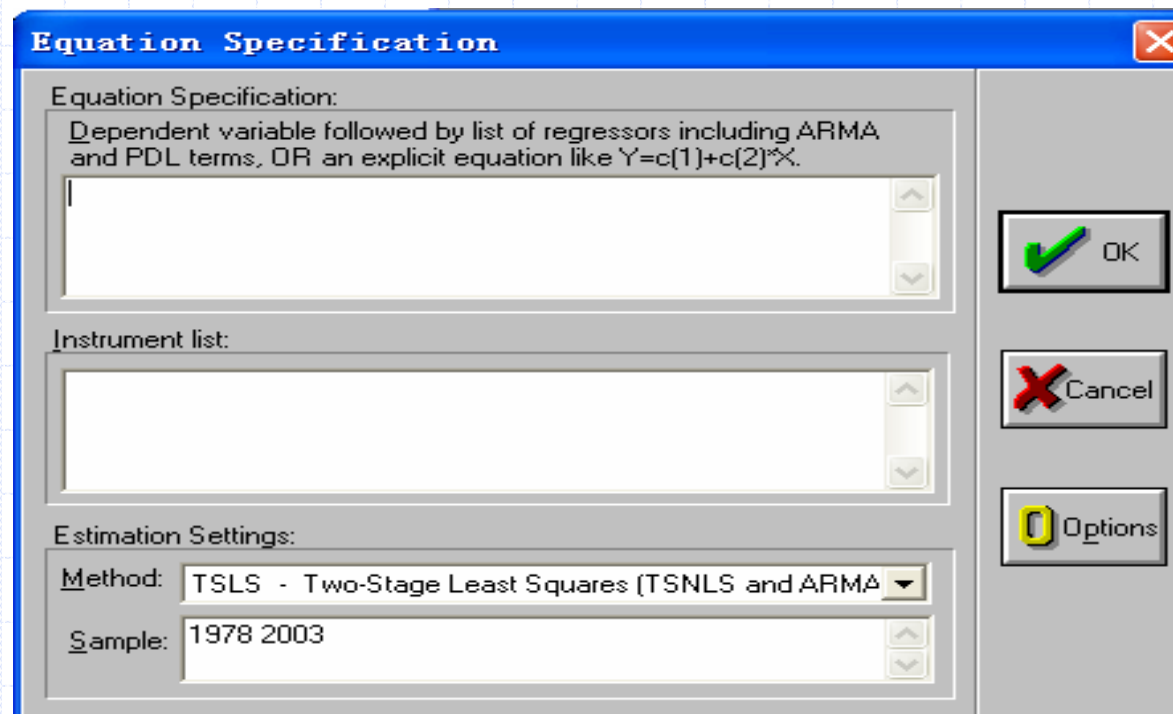
TOLS 对方程组的参数进行估计

首先，估计消费函数。进入EViews软件，确定时间范围；编辑输入数据。然后按路径：Qucik/Estimate的equation/Equation specification/Method/TOLS，进入估计方程对话框，将method按钮点开，这时会出现估计方法选择的下拉菜单，从中选“TOLS”，即

两阶段
最小二
乘法。



当TOLS法选定后，便会出现“Equation Specification”对话框：



“Equation Specification”对话框有两个窗口：

第一个窗口写要估计的方程,如写: $COM = C + GDP + COM(-1)$

第二个窗口写该方程组中所有的前定变量, **EViews**要求将截距

项也看成前定变量。如写: $C + GOV + COM(-1) + INV(-1)$

其中, $COM(-1)$ $INV(-1)$ 分别为 COM INV 的滞后一期。然

后按“OK”, 便显示
出估计结果。

可以用同样的方法
对投资方程进行估
计。

Equation Specification

Equation Specification:
Dependent variable followed by list of regressors including ARMA and PDL terms, OR an explicit equation like $Y=c(1)+c(2)*X$.

Instrument list:

Estimation Settings:
Method: TSLS - Two-Stage Least Squares (TSNLS and ARMA)
Sample: 1978 2003

OK
Cancel
Options

最后得到该联立方程模型的估计式为：

$$Y_t = C_t + I_t + G_t$$

$$C_t = 760.1016 + 0.3932Y_t + 0.3420C_{t-1} + u_{1t}$$

$$I_t = -542.5631 + 0.5246Y_t - 0.3692I_{t-1} + u_{2t}$$

本章小节

1. 联立方程模型是用若干个相互关联的单一方程，同时表示一个经济系统中经济变量相互联立依存性的模型
2. 联立方程模型中的内生变量和外生变量。联立方程模型中外生变量数值的变化能够影响内生变量的变化，而内生变量却不能反过来影响外生变量
3. 联立方程模型中的联立方程偏倚
4. 联立方程模型的结构型模型和简化型模型

5. 对**联立方程的识别**最直观的理解，是看能否从简化型模型参数估计值中合理求解出结构型模型参数的估计值。模型的恰好识别；过度识别；不可识别

6. 判断模型识别性的**阶条件和秩条件**

7. 联立方程模型的**估计**：

递归型——用**OLS**法估计

恰好识别——可用间接最小二乘法估计

过度识别和恰好识别——可用二阶段最小二乘法估计

不可识别——无法估计

本章内容结束!

