



二项式期权定价模型与B-S模型的应用及其比较

2011-08-09 17:33:02

方搏超

(西南财经大学经济数学学院, 四川 成都 611130)

摘要: 二项式期权模型在实际交易中, 需要计算机才能使用, 一个期权定价公式也许会比二项式模型中的运算法则简单得多, 只要假定无风险利率和股票价格波动性在期权的有效期限内都是不变的, 就能应用B-S模型对期权进行定价。本文分别举例阐述这两个模型。

关键词: 二项式期权模型; B-S模型

在文章的开始, 该篇文章将讨论影响期权价格的因素。在这个定性讨论之后, 将介绍一个简单的“二项式”期权定价模型, 并说明怎么将该模型变成一个有用而准确的定价工具。最后, 转向一个特殊的定价公式——著名的布莱克-斯科尔斯模型。

一、期权价值的决定因素

我们能确定至少六个影响看涨期权价值的因素, 其中股票价格, 波动性 σ , 到期时间 T , 利率 r 随着变量数值增大, 看涨期权的价值增大, 而对于执行价格 X , 股利支付结果是相反的。

二、两状态期权定价方法

假设股票的价格在到期日只有两个可能的数值: 股价将升高到某个给定的较高价格, 或是降低到某个给定的较低价。假定股票现在的售价为100美元, 在年末, 股价要么会翻倍升至200美元, 要么下跌一半至50美元。该股票的一个看涨期权的执行价格为125美元, 到期时间是一年, 利率为8%。该年末, 看涨期权的持有人的收入要么是零(当股价下跌时); 要么是75美元(当股价升至200美元时)。

将这个收入与另一个投资组合的收入相比较, 该投资组合包括一股股票和以8%的利率借入的43.30美元。这个证券组合的收入同样也依赖于年末的股票价格。

年末股票价值	50	200
—偿还贷款的本利和	-50	-50
合计	0	150

我们知道建立这个投资组合的现金支出是53.70美元: 购买股票的100美元减去借入的46.30美元。该投资组合的收入正好是看涨期权在任何股票价格下收入的两倍。换句话说, 两个看涨期权真好可以复制投资组合的收入; 同理, 两个看涨期权的价格应与建立该投资组合的成本一样。所以, 两个看涨期权的售价应与这个“复制的投资组合”的售价相同。因此, $2C=53.70$ 美元。

运用这个例子中的假设数据, 我们可以看出, 又一股股票和两个售出的看涨期权组成的投资组合是经过完全套期保值了的, 这也说明了复制的作用。这个投资组合的年末收益不受股票最终价格的影响。

股票价值	50	200
—两个售出的看涨期权的义务	-0	-150
净收入	50	50

投资者支出了50美元, 构建了一个无风险的投资组合。它的价值必然等于50美元的现值, 即 $50/1.08=46.30$ 美元。投资组合的价值应该等于46.30美元, 即等于持有股票的头寸100美元, 减去售出的看涨期权的价值 $2C$, $100 - 2C=46.30$ 美元, $C=26.85$ 元。

能够构建一个完全的套期保值是这个问题的关键, 这个套期保值锁定了年末得支出来贴现。用股票价值来表现齐全价值, 我们不需要知道期权或股票的

值或期望收益率。完全套期保值法，也即使复制法，使得我们在没有这些信息的情况下，也能用股票

的现值来表示期权的价值。

我们可以将其他的两状态期权问题的套期保值率的一般公式总结如下：

$$H = \frac{C_u - C_d}{S_u - S_d}$$

式中， C_u 和 C_d 分别为股价上升或下降时看涨期权的价值； S_u 和 S_d 分别为两种场景下股票的价格。套期保值率H，是期权和股票

期末价值变化的可能范围的比值。如果投资者出售一个期权，并持有H股票，投资组合的价值将不受股票价格的影响，在这种情况下，期权的定价非常容易，只要令套期保值的投资组合的价值等于已知收入的现值即可。

根据我们的例子，期权定价技术的程序如下：已知可能的年末股票价格， $S_u=200$ 美元， $S_d=50$ 美元，执行价格是125美元，计算得出

$C_u=75$ 美元， $C_d=0$ 美元。股票的价格范围是150美元，期权的价格范围是75美元。

1. 已知可能的年末股票价格， $S_u=200$ 美元， $S_d=50$ 美元，执行价格是125美元，计算得出 $C_u=75$ 美元， $C_d=0$ 美元。股票的价格范围是150美元，期权的价格范围是75美元。

2. 计算套期保值率为75美元/150美元=0.5。

3. 计算得出，一个由0.5股股票和一个出售的看涨期权组成的投资组合，它的年末价值固定是25美元。

4. 年利率为8%，25美元的现值为23.15美元。

5. 令套期保值头寸的价值等于固定收益的现值。

6. 由50美元，解得 $H=26.85$ 美元。

三、布莱克-斯科尔斯期权定价模型

假设：无风险利率和股票价格的波动性在期权的有效期内都是不变的，我们可以得到B-S模型。

$$C = S N(d_1) - X e^{-rt} N(d_2)$$

式中，

C =当前看涨期权的价值； S =当前股票价格； $N(d)$ =随机地偏离标准正态分布的概率小于d； X =执行价格； $e=2.71828$ ； r =标的股票的年

股利收益率； r =无风险利率； T =期权到期前的时间； \ln =自然对数函数，

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma \sqrt{T}}$$

四、B-S公式隐含了一些重要的假设，如下：

1. 直到期权到期前，股票支付的股利收益率都是不变的、连续的。
2. 利率和股票的方差都是常量。
3. 股票价格是连续的，这就意味着突然的、剧烈的价格波动被排除了。

该模型中四个参数— S ， X ， T 以及 r —是很简单的，但是，股票收益的标准差，却无法直接得到，它必须通过对历史数据的估计得到，或者通过场景分析。

事实上，市场的参与者们经常从另一个角度来看待期权定价问题。他们会问：“要使观察到的期权价格与布莱克-斯科尔斯公式相符，要求标准差必须是多少？”这被称作期权的隐含波动性，投资者们可以判断他们所认为的实际的股票标准差是否超过了隐含波动性。如果超过了，该期权就被认为应该购买；反之则不然

五、结论

B-S模型把相关的参数代入公式，即可求得期权值，但只是估计值，还要考虑期权的隐含波动性。而二项式期权定价模型，我们可以细分期间。在经过很多时间间隔后，期末的股票价格将越来越接近对数正态分布。所产生的期权定价程序也就越来越精确。

参考文献

[1] 兹维·博迪，亚历克斯·凯恩，艾伦·J·马科斯. 投资学精要. 北京：中国人民大学出版社，2009.

[2] 薛薇. 基于SPSS的数据分析. 北京:中国人民大学出版社, 2006.

[3] 邵宇, 刁羽. 微观金融学及其数学基础. 北京:清华大学出版社, 2008.

[4] Hull, J. C., Options, Futures, and Other Derivative Securities, Third Edition, 1993.

[5] Gordon, Myron J., The Investment, Financing, and Valuation of the Corporation. Homewood, IL: Richard D. Irwin, 1962.

作者简介: 方博超, (1987-), 汉族, 福建莆田人, 现在就读于西南财经大学经济数学学院, 研究方向: 资产定价。

(备注: 以出刊内容为准)

[设为首页](#) | [加入收藏](#) | [关于本站](#) | [版权声明](#) | [诚聘英才](#) | [联系方式](#) | [友情链接](#) | [我要统计](#)

主管: 中国人民银行昆明中心支行 版权所有: 《时代金融》杂志社

网络实名: 时代金融、时代金融杂志、时代金融杂志社、《时代金融》编辑部

社址: 昆明市正义路69号

电子邮箱: ynsdj r@126. com 电话: 010-57107535 0871-3212464

版权所有 未经许可不得复制或建立镜像

电信与信息服务业务经营许可证: 京ICP备案中 组织机构代码: 79718261-3