【郝兆宽】不自然的自然主义

自然主义是当前十分流行的对某种哲学立场的称呼，而在这一称呼下却有着众多不同甚至对立的哲学观点。本文打算讨论几种在数学哲学领域极有代表性的自然主义哲学。我们希望论证的是：这些自然主义或者是“不自然”的，即，它们实际坚持的观点在哲学文献中另有更通行的称呼，根本不能以“自然主义”涵盖；或者是太弱的，以至于一些被自然主义者视为对手的哲学家，如哥德尔，反倒能在这种意义下被称为自然主义者。最后，我们会简略地描述60年代以来数理逻辑，特别是集合论中的一些新进展，这些进展在一定意义上是在哥德尔的柏拉图主义立场下取得的，而当前的任何一种自然主义哲学都不能很好地解释这种数学实践。

一

自然主义虽然学派林立，但我想以下两点应该是所有自称自然主义者的哲学家所接受的原则：

(1)科学最好原则：科学，特别是物理学，是人类知识的典范。所以，科学实践和关于物理世界的科学理论应得到尊重。

(2)第二哲学原则：哲学应以科学实践本身的原则和理论为出发点，不应为科学设立科学之外的“第一原则”。

初看起来(2)是(1)的平凡的推论，但事实并非如此。相反，很多情况下(1)和(2)是冲突的。我们后面会非常清楚地看到这一点。

在数学哲学中，蒯因在以下意义上把(1)贯彻到底：由于数学对于作为人类知识典范的物理学不可或缺，所以数学理论是人类知识“信念之网”的重要组成部分，因此我们也必须象接受物理对象的存在那样接受数学对象的存在。正是这种整体主义的原则使得蒯因在数学哲学中被认定为一个实在论者，一个自然主义的实在论者。

麦蒂(Penelope Maddy)在以下意义上把(2)贯彻到底：既然数学也是一门科学，那数学哲学首先应该以数学实践本身的原则和理论为出发点，不应为数学设立数学之外的第一原则，哪怕这个原则“来自”自然科学：

“从蒯因/普特南那里，这个折中接受不可或缺论证的核心内容；从哥德尔那里，它接受对显明性的纯数学形式的承认和对此进行解释的责任。因此它避免了蒯因/普特南的一个主要困难——对数学实践的不忠实。”([3]，p.35)

另一位具有代表性的自然主义者叶峰则不满足于(1)和(2)，他为自然主义设立了一些进一步的“共同”的基本信念，并且试图在这些基本信念建立的框架下描述和解释数学实践。这些信念包括([1]，pp.64-67)：

(a)现有物理学的证据显示：物理世界是有穷的、离散的，因此没有证据使我们相信实无穷的存在；

(b)心灵是大脑的功能；

(c)没有超自然的认知主体。这里“超自然的”意思就是“非物理的”；

(d)自然主义是“无我”的理论。

(b)到(d)实际上是一个原则的不同表述，也是物理主义的根本立场。在叶峰看来，这些信念是当代自然科学，特别是物理学告诉我们的常识。不过，我们觉得很难接受这一点，就我们有限的物理学知识来说，当代物理理论对于这些问题并无确定的回答，而是抱着一种开放的态度，对于无穷或非时空的存在物，物理学既不能断定其有，也不能绝对地断定其无。因为如果物理学真是已有答案的话，我们所有的这些争论都将是毫无意义的了。不过，我觉得这里的关键还不是这个。因为这样下去，关于一种哲学立场成立与否的争论会演变成争论双方物理学知识的比拼。问题的关键在于，蒯因和麦蒂这样的自然主义者是否会接受叶峰的这些原则呢?显然不会。所以，我们对叶峰把这些原则看做自然主义者都应具有的“共同的基本信念”表示怀疑。至少，它们在自然主义的哲学中不具有(1)和(2)那样的地位。

但(1)和(2)就是所有自然主义者当然接受的教条吗?有趣的是，每个自然主义者在审视自己的哲学立场时都会自信满满地认为自己的立场正是“自然而然”地由(1)和(2)得到的，而当他们站在自己的立场去审视其他自然主义者的时候却常会批评对方没有贯彻，甚或违背了(1)或(2)。

自麦蒂的立场来看，蒯因的自然主义违背了原则(2)。它虽然承认了数学对象的存在，但这种承认不是来自数学自身的实践，而是外在于数学的“第一原则”。因此，仅仅(1)和(2)不能导致蒯因的立场，他需要另一个原则，或者标签，就是彻底的经验主义。而一旦接受经验主义的哲学立场，(1)就成为“冗余”的，(2)则将受到破坏。蒯因关于数学对象的观点完全可以从经验主义和整体主义的基本立场而得到。从这个意义上我们认为蒯因的自然主义并不“自然”。

同样的问题也存在于叶峰的自然主义立场中。原则(1)对于叶峰的立场来说太弱，叶峰版自然主义的基本信念都不能从(1)推出，或者“证明”。而原则(2)是叶峰所不愿接受的。在他看来，当数学实践和他的基本信念有冲突的时候，必须以基本信念为“第一原则”。由于物理学和心理学等自然科学有一套关于“我”，关于“心灵”的解释，所以在解释人类知识的原理，包括数学知识的原理时，这些科学的“证据”要比数学自身的证据有更优先的地位。因此他批评蒯因和麦蒂的自然主义“不彻底”。事实上，叶峰把“自然的”等同于“物理的”，他的自然主义实际上是“彻底的物理主义”。所以，自然主义及其教条对于叶峰的哲学立场也是“冗余”的。在这个意义上，叶峰的自然主义也并不“自然”。

似乎只有麦蒂的自然主义立场是“自然的”，是一种真正的，不能用其他标签来替代的。但是，我们接下来想论证，按照这种对自然主义的理解，著名的实在论者哥德尔(Kurt Gdel)也可以称为是自然主义者。因此这种意义上的自然主义也是一个不太自然的概念。

二

作为著名的柏拉图主义者，任何一个自然主义者都不会认同哥德尔的哲学立场(虽然麦蒂承认她坚持对数学实践的尊重是受到了哥德尔的影响)。但讨论哥德尔如何看待自然主义的两个教条将是非常有意思的话题。

首先，哥德尔不会拒绝(1)，只不过他不会把科学仅仅理解为自然科学。在他看来，数学哲学首先应尊重数学的实践，而不是经验科学的实践。因此他反对任何站在经验主义立场上试图重新解释数学命题，试图把数学知识归于“想象”和“虚构”的努力。与此相反，哥德尔认为数学的实践暗示(如果不是证明的话)存在着一个与物的世界(world of things)相平行的概念世界(world of concepts)。“这些概念自身形成了一个客观的实在，我们不能创造或改变，而只能知觉(perceptive)和描述”([5]，p.320)。与此同时，哥德尔并没有象柏拉图那样，因为对抽象对象的肯定而否定物理世界的现实性，这实际上是叶峰从相反的方向所走的同一条道路。他也没有从另一个方向重复蒯因的道路，即，借助某种“颠倒的”不可或缺论证肯定物理对象的存在。相反，哥德尔在以下意义上真正把(1)贯彻到底，即经验科学与数学实践都应受到尊重，这就是数学和物理世界的“平行论”。他常常是以类比的方式从人们对物理世界的认识过程来启发我们逐步理解我们自身认识数学世界的过程。“在数学中，我们仍持有以前对所有科学所持的态度……数学中的情形并非十分不同于自然科学中的情形。而在最终的分析中，到底先验论和经验论哪一个正确是另外一个问题。”([5]，p.313，脚注)

其次，哥德尔会接受(2)。在《从哲学看数学基础的现代发展》[6]一文中，哥德尔曾集中讨论过流行哲学和数学实践的关系问题。他称流行哲学，即文艺复兴以来哲学中的物理主义和经验主义倾向，为“时代精神”。同时他观察到，在流行哲学和数学实践之间，通常的做法是屈服于前者，因为这是“唯一适合我们时代的做法”。但哥德尔提醒我们：

“……这纯粹是一种消极的态度。它只是简单地放弃一些努力，而它们的成功在任何情况下都是极受欢迎的，因此它们非常值得尝试；这就是，一方面捍卫数学知识的确定性，而另一方面坚持理性提出的清晰问题，理性也能找到清晰答案这一信念。应当注意的是，放弃这些努力，不是因为已成就的数学结果迫使我们如此，而是相反，是因为对那些结果的无视，而选择了这唯一可能的与占统治地位的哲学保持一致的道路。”([6]，p.381)

因此，“在任何情况下都没有理由盲目地信任时代精神”。([6]，p.381)哥德尔甚至不能接受希尔伯特在这两者之间采取的“折中”路线，认为“希尔伯特式的对唯物主义和经典数学某些方面的调和因而被证明是不可能的”。([6]，p.381)所以对于一个哥德尔主义者来说，从数学实践本身出发来建立一种适当的数学哲学是唯一的选择。

以上的讨论至少表明，一个最彻底的柏拉图主义者会完全地接受自然主义的两个教条，而自称为自然主义者的哲学家却往往做不到这一点。这样，“自然主义”这个名词就有了两种不同的用法，一种是作为物理主义的代名词，这样，我们就必须放弃原则(2)。但这样的话，我实在看不出为什么要把物理主义看做是“自然的”。另一种用法是把自然主义看做一种方法论意义上的对包括数学在内的各种科学实践的开放态度，它对“抽象对象是否存在”，“数学真理是否客观”这类问题并没有先定的答案。在自然主义的框架下，你可以是一个实在论者，如哥德尔那样。也可是一个真正的自然主义者，如麦蒂那样。一个让我困惑，而在此处却无法解决的问题是，恰恰是彻底的物理主义不能相容于自然主义的框架中，而更令

人困惑的是，正是物理主义者往往最希望被称为自然主义者。

物理主义者对哥德尔的哲学多有批评，这些批评被很好地总结在叶峰([1]，pp.392-401，405-408)中，我们大致可概括如下：

(e)哥德尔无法说明抽象直觉是什么，因而不能说明数学知识的来源。

(f)哥德尔提出的种种数学实践中的现象，如公理的客观性，归纳法的使用等等都可以用物理主义来解释。

(g)哥德尔关于心灵与机器的立场，特别是在吉布斯演讲中的论证，预设了实在论的观点。

(h)虽然我们对无穷世界的“想象”有诸多制约，但类似于连续统假设(CH)的独立性这样的问题说明这些制约不能唯一确定我们“想象”无穷的方式。

我们试着从自然主义的两个教条，而不是哥德尔自身的实在论立场出发，对以上批评给以简单的回应。(e)的确是当前实在论者还不能很好回答的问题。虽然我们并不象物理主义者那样，认为对人类关于物理世界的知识已经有完全令人满意的一套理论，但相比之下，关于抽象对象的知识，更具体地说，关于数学的知识，我们的认识更不完备。哥德尔晚年试图通过剖析理性直观的概念以确立人类关于抽象对象的认识论，但这至今仍然处于十分初始的状态。然而，如果从教条(1)出发考虑问题，那我们可以确认的是：数学的实践至少强烈地显示，人类确实拥有一类不同于经验知识的知识。因此不能因为我们暂时不能解释这类知识的来源而否认它的存在。这才是对科学实践的尊重。这实际上也回答了对(g)的质疑。因为“客观数学命题非真即假”是数学实践给我们的强烈暗示，就像物理命题非真即假是物理学实践的“强烈暗示”一样。虽然有布劳维尔这样的直觉主义者对排中律的挑战，但与休谟对物理命题客观性的挑战一样，并不能从根本上改变数学家对数学命题的态度。对于(f)，物理主义的这种解释有着十分巨大的代价，那就是我们必须重新理解数学家在实践中使用的数学语言，它们必须在一定程度上被当做一些隐喻式的表达，就像小说和神话那样。这里的问题依然是与原则(1)的不协调，如果数学家完全接受这种对数学的解释，那今后数学研究将会是一种十分不同的活动，也许更接近科幻小说的创作活动，而不是当下大多数数学家认为的，他们所做的更类似于他们的物理学同事的工作。

关于(h)我们需要稍微仔细地讨论。物理主义者把数学知识看作人类的想象，为了避免想象的随意性与数学实践中体现出的数学客观性的巨大反差，叶峰设想了对数学想象的诸多制约，以便将这种想象与小说中的想象区别开来。但另一方面，物理主义者也不能允许这种“想象”是唯一的，因为那样的话，恰好能成为支持实在论的“证据”：如果我们不能想象其他的情况，那就强烈地暗示数学世界是客观唯一的。正因为如此，叶峰才引用连续统问题的例子来说明，虽然数学想象不像小说那样随意，但它根本上还是一种“想象”，而想象的一个根本性质就是不具有唯一性。

三

数学中存在着大量的类似于连续统假设的独立性命题，如分析学中，“是否所有实数的投影子集都是勒贝革(Lebesgue Measurable)可测的?这类集合是否都有拜尔性质(Baire Property)?是否都有完美集性质(Perfect set Property)?”，阿贝尔群理论(Theory of Abel Groups)中的怀特海问题(Whitehead Problem)等等，都已经证明是独立于通常的集合论公理系统ZFC的。需要注意的是，这些独立性命题与哥德尔不完全性定理中的“哥德尔句”不同，甚至与连续统假设也不同，它们有着“具体的数学内容”，是数学实践中自然产生的问题，而没有人为制造的痕迹。面对这些独立性现象，大致有三种不同的态度。传统上的数学家不重视独立性现象，他们认为“真正的”数学不会存在独立性的问题，而已有的独立性命题往往是由于定义的模糊造成的“错误的发问”。多元主义者(pluralist)则把独立性命题看作是我们必须接受的事实，在他们看来，ZFC之上的数学宇宙分叉为众多的互相平等的宇宙，没有任何一个是独特的，具有优越地位的宇宙。而哥德尔主义者则相反，认为独立性命题只不过是我们对客观数学世界认识不完备的体现。因此，通过不断加强公理系统，我们应该能在众多的集合论宇宙中找到“独特”的一个，它与真实的数学宇宙最为接近。显然，以上三种态度都不是物理主义的，因为如果把数学看作想象的话，独立性问题根本不是问题。但是，第三种态度，也就是柏拉图主义的态度距离物理主义最远。如果最终数学家真的能找到一个独特的、唯一的集合论宇宙，那对把数学视为想象的物理主义者将是一个非常巨大的挑战。

在《什么是康托的连续统问题》[4]一文中，哥德尔提出了对解决连续统问题的一些设想，它们在今天被总结为：

哥德尔纲领：通过加强ZFC的公理系统解决类似于CH的独立性问题。

为了理解哥德尔纲领的意义，我们首先要注意到连续统问题关乎这样一个根本问题：

一个集合论命题为真是什么意思?或者说，数学真理是什么?

哥德尔认为：一个集合论命题为真当且仅当它描述了集合论宇宙的事实。这就把问题引向这样一种立场：数学的根本任务是理解集合宇宙的结构，就像物理学在努力理解物理宇宙的结构一样。20世纪60年代之后集合论研究的最核心的进展都是在这样一种立场下取得的，或者说集合论学家总是以这样一种立场来评价他们结果的意义和重要性。其中最为引人注目的要算围绕“投影决定性公理”而取得的一系列结果。

投影决定性公理(PD)是60年代提出的一条数学公理，它源自对实数子集是否Lebesgue可测、是否有Baire性质等正则性质的研究。关于PD的定义以及简单的历史请参阅文献([2]，pp.37-39)。

80年代，武丁(Hugh Woodin)，斯蒂尔(John Steel)和马丁(Donald Martin)等人的结果表明：如果存在一定强度的大基数，则PD是与ZFC一致的。所谓大基数(Large Cardinals)，就是ZFC不能证明其存在的无穷基数。它与比其小的基数之间的关系，类似于第一个无穷基数与自然数之间的关系。因此，大基数命题的地位也就类似于无穷公理的地位。所以，在集合论学家看来，大基数公理具有天然的可靠性。特别是在找到了容纳某个大基数的内模型后，相应的大基数公理就成了与ZFC一致的一条可信的公理。证明PD一致用到的大基数是武丁基数(Woodin Cardinal)，由于已经找

到了容纳武丁基数的内模型，所以这在一定意义上证明PD是集合宇宙的真理。

令人惊奇的是ZFC+PD可以回答二阶算术的所有问题，这意味着我们得到了二阶算术的一个“经验上完全的”的理论，就像ZFC是关于一阶算术结构的“经验上完全的”理论一样。PD的成功鼓舞人们去寻找关于三阶算术，乃至整个集合宇宙的“经验上完全”的理论，从而从根本上消除那些有着实际数学内容的独立性命题。

前面提到了为大基数寻找内模型的工作，这类工作通称为“内模型计划”(Inner Model Programme)下的工作。它的动机可以简要描述如下：在刻画集合宇宙的所有努力中，哥德尔的可构成集的类L具有独特地位：它的结构最为清晰。但十分可惜的是，L不能容纳大基数。ZFC中的一条定理是说：L中不存在可测基数。所以，如果接受大基数的存在，L就不可能是集合论的宇宙V。所谓“内模型”计划就是寻找L的扩张以容纳各种大基数，从而不断接近集合宇宙V。武丁最近的工作却使得事情发生了戏剧性的变化。我们首次看到了构造L的一个“终极”扩张的希望。这是由于武丁出人意料地发现，在对L扩张以容纳大基数的过程中，存在一个“临界点”：一旦有了一个能容纳超紧基数(Supercompact Cardinal)的内模型，那这个扩张了的L就会容纳所有已知的大基数。

当前的情况是，是否存在一个能容纳超紧基数的模型有着决定性的意义。如果存在，我们就得到了一个十分独特的集合论宇宙，在其中，所有已知的独立性问题都能得到解决。我们也就有理由确信这个终极的L是客观集合宇宙的最完美的近似。而如果超紧基数是与ZFC不一致的，那集合论又会进入另一个相对“暗淡”的时期。

回到我们的主题上，不管最终的结论如何，集合论研究中的这半个世纪的实践根本上不能以物理主义的数学哲学来解释。不管是数学这门科学自身的发展，还是数学家对这些发展的反思，都拒绝把数学看作是人类大脑的想象，哪怕是不同于小说的有着诸多限制的想象。如果我们坚持自然主义的两个教条，就不应该无视这些实践，而把物理主义的“第一哲学”强加在数学的身上。

【参考文献】

[1]叶峰，《二十世纪数学哲学》[M]，北京大学出版社，2010，64-67，392-401，405-408。 [2]郝兆宽、施翔晖、杨跃，《Omega问题与连续统假设》[J]，《逻辑学研究》，2010，第3卷，第4期，冬季号，30-43。

[3]Maddy, P., Realism in Mathematics[M], Oxford University Press, 1990, 35.

[4]Gdel, K., What is Cantor's Continuum Problem?[A], Frferman, S. et al.,(Eds), Collected Works, Vol. II. Publications 1938-1974[C], Oxford University Press, 1995, 254-270.

[5]Gdel, K., Some Basic Theorems on the Foundations of Mathematics and Their Implications[A], Frferman, S., et al.,(Eds),Collected Works, Vol. III. Unpublished Essays and Lectures[C], Oxford University Press, 1995, 304-323.

[6]Gdel, K., The Modern Development of the Foundations of Mathematics in the Light of Philosophy[A], Frferman, S., et al.,(Eds), Collected Works, Vol. III. Unpublished Essays and Lectures[C], Oxford University Press, 1995, 375-387.^

（原载《自然辩证法通讯》2013年3期。录入编辑：里德）