

符号、由符号构成的某类表达式及其语义是语言哲学和符号哲学研究的一个重要方面，逻辑符号、由逻辑符号构成的某类表达式及其逻辑语义则是逻辑哲学研究的一个重要方面。

逻辑，特别是现代逻辑，通常是用形式语言和形式系统表述的。但逻辑学家建立逻辑的目的是为了刻画人的思维规律和推理能力，这必然要涉及形式语义和形式系统的逻辑语义。逻辑语义可以分为两大类：直观语义和形式语义。

很少有论文专门论述逻辑语义中的直观语义以及它们与形式语义的关系。本文主要讨论这些问题。

给定一个形式语言 L 。我们知道，从本质上说， L 由一堆抽象符号构成。这些符号自身没有任何意义。给定一些形成规则，这样的抽象符号可以构成一些特定的符号串，我们称之为良构串。虽然这些良构串中的符号的出现可能表现出一定的联系和规律，但这种联系和规律只是符号在排列组合方面表现出来的一种抽象的联系和规律。因此可以说，这样的良构串没有任何实际的意义、固定的意义，因此可以给它们赋予任何意义。

如果我们把 L 中的良构串与一定范围内的对象联系起来，我们就可以说赋予它们一种意义，也称给 L 一种语义解释。对这个定义，我们还要补充以下说明：

(1) 上述定义中的“一定范围内的对象”通常称为该语义解释的论域。这样的论域可以由个体构成，也可以由集合构成，或由其他任何东西构成；

(2) 上述定义中的“联系”是在最一般的意思上使用的。也就是说，良构串与论域中的对象的联系可以是任意的；

(3) 如果上述论域由直观的对象组成，并且联系所采用的方法也是直观的，则我们称这样的语义解释为 L 的直观语义解释。如果 L 的论域由抽象的对象构成，并且联系所采用的方法也是严格地用形式化的方法给出(通常这种方法由一组规则构成)，则我们称这样的语义解释为 L 的形式语义解释。

实践上说，一个语义解释之所以要采用某种方法，主要是为了使 L 中良构串的意义不仅取决于其中单个符号的意义(单个符号与论域中的对象的联系)，而且，更重要的是，取决于这样的符号在这个良构串中出现的方式，以及与其他符号的出现在意义上的联系。

我们称关于 L 的语义解释的理论为 L 的语义理论或 L 的语义学。

下面我们来讨论逻辑系统的直观语义与形式语义的关系问题。为此，我们首先要给出逻辑系统的定义。但是，一个系统如果被称为逻辑的，则事先必须赋予它某种意义。所以我们不得不先给出一个“中性”的定义。

我们称 S 是一个由 L 表述的形式系统，如果 S 由一组 L 的良构串(这样的良构串我们称为公理)和一组变形规则构成，使得这些变形规则规定 L 的良构串之间的某种演绎关系。从公理通过变形规则能演绎出其他的良构串，从这样的良构串通过变形规则又能演绎出其他的良构串。这样的良构串我们统称为 S 的内定理。当然，形式系统也可以不用公理，直接用一组变形规则构成。无论如何，形式系统总是一种演绎装置，由此我们总能定义内定理概念。

现在我们有形式系统。因为它未加任何语义解释，所以我们可以说形式系统没有任何意义，充其量只有前面所说的排列组合方面的联系和规律。现在我们考虑一个关于 L 的语义解释 I 。因为 S 完全是用 L 表述的，而且 S 的内定理(包括公理)都是 L 的良构串，所以 I 也就是 S 的语义解释。

令 I 是 S 的语义解释。如果 I 的论域是一个用数学对象、物理对象、化学对象或其他学科研究的对象构成的论域，解释的方法也对应这些学科中的方法，则我们称 I 给了 S 一个数学(语义)解释、物理(语义)解释、化学(语义)解释或其他学科的(语义)解释。这样的 S 也称为数学系统、物理系统、化学系统或其他学科中的系统。通常我们把这样的系统称为理论。例如，数论、相对论、燃素说。注意：这里的理论是指得到某种语义解释的系统，不同于前面提到的关于语义解释的语义理论。

如果我们对形式系统给出一个逻辑的语义解释(后面简称为“逻辑解释”)，就能得到逻辑系统。因此我们要说明什么是逻辑解释。

令语言 L 包含两类符号：变元和常元，它们分别意指论域中的不固定对象和固定对象。变元和常元以及其他符号构成的基本良构串通常称为项，由项构成的良构串通常称为公式。令 I 是 L 的语义解释。称 I 是 L 的逻辑解释，如果 I 满足下列条件之一：

(1) I 的论域和 I 的解释方法基于真假；

(2) I 的论域和 I 的解释方法着眼于真假。

下面我们对此做一些说明：条件(1)表示论域由真和假构成，解释方法把语言中的一部分常元与真假联系起来，即赋予这一部分常元以真假作为意义，从而最终赋予 L 的全体公式以真假作为意义。条件(2)表示论域虽然不是由真和假构成，而是由其他对象构成，但是解释方法最终也能赋予 L 的全体公式以真假作为意义。

根据上述定义， L 中那部分与真假相关的常元称为逻辑符号(逻辑常元)，其余的常元和变元称为非逻辑符号。这样的语言我们称为逻辑语言。根据这些术语，上述(1)实际上给出诸如我们对经典命题演算、模态命题演算那样的逻辑解释，(2)实际上给出诸如我们对一阶谓词演算、模态量化系统那样的逻辑解释。

根据以上定义，我们可以看到，逻辑解释和其他解释的最大区别在于：它的目的是要赋予公式以真假作为意义。但是，逻辑解释与

其他解释的区别并不非常严格,因为其他解释也在一定程度上使用“成立”、“不成立”等类似“真”、“假”的字眼。或者说,我们也可以把“成立”、“不成立”等字眼视为或翻译为“真”、“假”。

L的逻辑解释可以分为两种:直观的逻辑解释和形式的逻辑解释。直观的逻辑解释就是其论域由直观的对象构成,并且赋予逻辑常元的意义以及方法也是直观的。例如,用真值表形式赋予命题符号和命题联结符号(后者是逻辑常元)以真假作为意义。形式的逻辑解释就是其论域由抽象的对象构成(通常用抽象的元素构成的集合来表示),确定L的非逻辑符号与论域中的对象相联系的方法,以及解释逻辑常元的方法,都用形式化的规则给出。例如,解释经典命题演算的论域可以由 $\{1, 0\}$ (其中1意指真,0意指假)构成,对命题联结符号的解释可以通过定义在L的所有公式上的一个真值函数给出。

形式的逻辑解释的基本概念是模型和可满足关系。所谓模型,通常我们是指一种定义在集合上的形式结构(它们的退化形式之一是真值函数),一般用于对项和最简单的公式(原子公式)的解释。例如,在对一阶谓词演算的形式化解释中,通常我们用一阶模型中的个体域(论域)的子集和运算来解释L的关系符号和函数符号(如果L包含这样的符号),用模型和公式之间的可满足关系解释构成复合公式的逻辑常元。

我们称一个关于形式系统S的理论为S的逻辑语义学(逻辑语义理论),如果这个理论是关于该系统的逻辑解释的理论,该语义学的核心概念是基于一定范围(在所有这样的逻辑解释的一定范围)内的所有真-概念上的有效性概念。简言之,S的逻辑语义学是关于S的内定理的有效性(基于真-概念)的理论。注意:一般说,一个逻辑系统的(逻辑)语义学已经上升到理论形态,所以它也有自己的一套概念和方法,特别是相对于比较复杂的形式语言表述的逻辑系统。此外,我们也能看到,由于一个逻辑系统的语义学本质上只是对逻辑语言而言的,因此它在一定程度上独立于或先于形式系统而存在,尽管它的最终目的是为逻辑系统服务的。这一点实际上对任何语义解释和形式系统都一样。

我们称一个形式系统为逻辑系统,如果它由一个逻辑语言表述,并且有一个适于它的逻辑语义学。这里“适于”是指这个系统相对该语义学具有可靠性和完全性(参见李小五,1997年)。在我们看来,把逻辑系统与其他理论(特别是其他形式理论)区别开来不仅是因为前者明确赋予公式以真假作为意义,而且,更重要的是,因为前者有一个适于它的逻辑语义学。也就是说,这样的系统的内定理刻画了一定范围内的思维规律(有效式),而且相对这样的系统的语法后承刻画了一定范围内有效的推理模式。

逻辑语义学也可以进一步分为两类:直观语义学和形式语义学。研究一定范围内的所有直观的逻辑解释并形成直观有效性概念的语义学称为直观语义学,研究一定范围内的所有形式的逻辑解释并形成形式有效性概念的语义学称为形式语义学。亚里士多德意义上的传统逻辑的语义学可以看作是一种直观语义学。经典命题逻辑中的诸真值表以及由此规定的重言式概念构成一种半形式的语义学。关于用所有从L的全体命题变元到 $\{1, 0\}$ 的真值函数定义的重言式的理论是形式语义学。

在我们看来,直观语义学和形式语义学至少有下列重要性质:

(1) 直观语义学立足于人们的日常思维。即在直观的逻辑解释下,它适于的逻辑系统刻画了人们日常思维形式中有效(正确)的规律或推理模式。正是在这个意义上,我们说逻辑研究的对象是推理形式,逻辑的目的是把有效的推理形式和其他推理形式区别开来。

(2) 直观语义学可以是多样化的。例如,模态算子“必然”既可以解释为“知”,也可以解释为“可证”。在这样的两种解释下,模态系统S4既表述了人们认知中的规律和有效推理模式,也表述了人们在可证性方面的规律和有效推理模式,从而产生两种不同的逻辑类型:认知逻辑和可证性逻辑。

(3) 形式语义学也可以是多样化的,即使对一类逻辑系统,甚至对一个逻辑系统来说。例如适于条件句逻辑系统的形式语义学有择类语义学、关系语义学、球系语义学、邻域语义学、代数语义学和概率语义学。

(4) 直观语义学和形式语义学之间既有联系也有区别。形式语义学可以分成两类:

第一类形式语义学是从直观语义学中抽象出来的。因此,这样的形式语义学也有一定的直观性。这种直观性我们可以称为形式直观性。正是在这个意义上,我们说克里普克式的可能世界语义学是直观的,因为我们可以对克里普克模型中的可能世界和可通达关系做形式直观的表达。当然,对于初学逻辑的人来说,即使是这样的语义学,它的直观性也需要说明和揭示。

第二类形式语义学是从其他抽象理论移植过来的。例如,从抽象代数移植过来的代数语义学(逻辑学家常用代数语义学证明逻辑系统的可靠性和完全性)。我们认为,此类形式语义学一般没有直观解释。当然,此类语义学对逻辑学家也是重要的,有时甚至是必需的。正如我们知道的那样,确实存在一些逻辑系统,只有根据第二类语义学才能证明其可靠性和完全性,而且现在还找不到适于它的第一类语义学。但是只要可能,逻辑学家总是要找到适于它的第一类语义学。因为如果一个系统没有直观的逻辑解释,在一般情况下,就不会有多少逻辑学家对它感兴趣,因为这样的系统至少在一些重要的方面不能解决问题。例如,这样的系统不能把一定范围内的有效推理形式和其他推理形式区别开来。

(5) 形式语义学的直观性在一定范围内是可比较的。例如,给定两个语言,令它们有相同的非逻辑符号和不同的逻辑常元。如果根据两个不同的形式语义学,不同的逻辑常元之间可以互相定义,则我们可以从语义上比较逻辑常元的直观性。例如,令 \neg 是否定符号, \wedge 是合取符号, \rightarrow 是蕴涵符号。如通常对 $\{\neg, \wedge\}$ 和 $\{\neg, \rightarrow\}$ 给出两个二值真值解释,并通过引入缩写定义互相定义 \wedge 和 \rightarrow 。在我们看来,经过二值语义解释的 \wedge 要比 \rightarrow 更直观。沈有鼎先生也指出,在通常的逻辑常元 $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow$ 中(其中 \vee 是析取符号),只有 \neg 和 \wedge 是根本的。(参见《沈有鼎文集》)

(6) 逻辑系统的直观性在一定范围内也是可比较的。这里的可比较的含义是,两个不同的逻辑系统相对适于它们的语义学(当然这两个语义学之间有一定的共通性)在一定范围内可以比较它们的直观性,即比较两个系统的公理和变形规则的直观性。例如,在我们

看来,用 \wedge 和 \vee 为初始联结符号,且用分离规则和下列公理模式构成的 Hilbert Ackermann 系统 $A \vee A \rightarrow A, A \rightarrow A \vee B, A \vee B \rightarrow B \vee A, (A \rightarrow B) \rightarrow C \vee A \rightarrow C \vee B$ 要比用 \wedge 和 \rightarrow 为初始联结符号,且用分离规则和下列公理模式构成的系统 $A \rightarrow B \rightarrow A, (A \rightarrow B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow B) \rightarrow A \rightarrow C, (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow B) \rightarrow A$ 直观得多,因为前者刻画了日常思维中更常见的有效推理模式,如果我们把主联结符号 \rightarrow 看作一种保真的推理关系。当然,我们也看到现今逻辑教科书大多采用第二个系统,但这是因为该系统是仅用两个联结符号(不像第一个系统那样在表述公理时还要用被定义的联结符号 \rightarrow)表述的最简单的系统。这里所谓的“简单”不仅指它所包含的联结符号比较少,公理比较少,而且也指用该系统证明诸如演绎定理那样的元定理更为简洁。

当然,这里需要补充的是,我们似乎无法给出一种统一的、形式化的标准来比较形式语义学和逻辑系统的直观性,因为这种比较在很大程度上取决于语用因素,取决于评价系统的恰当性标准(参见李小五,2003年)。

最后,需要说明的是,本文以上论证问题的过程,在某种程度上,似乎给读者造成这样一种印象:逻辑学家首先构造了形式语言,再构造形式系统,然后给出这样的系统的直观的逻辑解释,其后才抽象出形式的逻辑解释,最后证明该系统相对形式语义学的元逻辑性质:可靠性、完全性……,所以在本文结束时大致描述一下逻辑学家实际进行的逻辑活动也许是有益的:

(1) 从日常思维中发现一些与真假相关的东西,由此产生直观的真假概念。特别是到了现在,克服反直观真假的東西,即处理反常的东西,已经成为建立新逻辑的一种重要的动力。如消解实质蕴涵怪论促使逻辑学家建立模态逻辑,消解实质蕴涵怪论和严格蕴涵怪论促使逻辑学家建立条件句逻辑。

(2) 进一步规定这些直观概念,从中找出一些一般性的东西,从而产生直观语义学。

(3) 进一步构造形式语言,并且初步构造逻辑系统,使得逻辑常元的基本性质得到形式的语法表达。

(4) 根据上述结果,抽象出形式化的模型概念和可满足关系,从而初步建立使系统具有可靠性的形式语义学,从形式语义角度表达逻辑常元的基本性质。

(5) 根据初步建立的形式语义学,证明该系统相对这样的语义学具有完全性,并在这个过程中修改增减公理或变形规则。

(6) 相对公理或变形规则的独立性再次调整逻辑系统。

参考文献

李小五,1997年:《什么是逻辑?》,载《哲学研究》第10期。

2003年:《条件句逻辑》,人民出版社。

《沈有鼎文集》,1992年,人民出版社。

(作者单位:中国社会科学院哲学所)

责任编辑:朱葆伟(《哲学研究》2003年第7期)